UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

DOTTORATO DI RICERCA IN FISICA

Distribuzione angolare dei prodotti del decadimento radiativo degli stati χ_{c1} e χ_{c2} del charmonio formati in annichilazioni $\bar{p}p$

Supervisore:
Ch.mo Prof. Roberto Calabrese

Coordinatore:
Ch.mo Prof. Giuliano Schiffrer

Dottoranda:
Dr.ssa Marta Ambrogiani

X CICLO - Anni accademici 1994-1997

Indice

Introduzione **5**

1 La teoria del processo **7**

1.1 Stati del charmonio 8

1.2 Formazione del charmonio e QCD 10

1.2.1 Massless QCD 12

1.2.2 Modello quark-diquark del nucleone 13

1.3 Decadimento radiativo di $\chi_{c1,2}$ 15

1.3.1 Ampiezze multipolari 15

1.3.2 Hamiltoniana per $c\bar{c}$ e calcolo delle ampiezze di multipolo . . . 16

1.4 Distribuzione angolare in formalismo di elicità 21

1.4.1 Il formalismo di elicità 22

1.4.2 Descrizione di $\chi_{c1,2} \to \overline{p}p$ e $J/\psi \to e^+e^-$ 24

1.4.3 Descrizione di $\chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma$ 26

1.4.4 Le osservabili e la distribuzione angolare 27

2 E835: la tecnica sperimentale ed il rivelatore **31**

2.1 La sorgente di interazione 32

2.2 La tecnica sperimentale 33

2.3 Il rivelatore 34

2.3.1 Il rivelatore a fibre scintillanti 40

2.4 Il trigger 45

3 La selezione degli eventi **53**

3.1 I dati raccolti 53

3.2 La selezione scelta 54

3.3 Calcolo di efficienza 60

3.3.1 Efficienza del trigger 60

3.3.2 Efficienza dell'analisi 63

3.4 Stima del fondo 66

3.5 Compatibilità dei campioni di dati 67

4 Il fit e i risultati **73**

4.1 I metodi di fit 73

4.1.1 Massima verosimiglianza 73

4.1.2 Test del χ^2 75

4.2 Stima dell'errore del metodo di fit 77

4.3 Risultati 79

4.4 Conclusioni 80

Appendici **87**

Bibliografia **93**

Introduzione

Questa tesi prende in esame la formazione degli stati χ_{c1} e χ_{c2} in annichilazioni $\overline{p}p$ e la distribuzione angolare dei prodotti del decadimento

$$\chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma \to e^+e^- + \gamma.$$

I dati sperimentali provengono dall'esperimento 835 al Fermi National Accelerator Laboratory.

La formazione degli stati $\chi_{c1,2}$ è un processo di interazione forte e nel caso della χ_{c2} fornisce informazioni sulla struttura del protone. A causa della conservazione della elicità, la QCD perturbativa con il limite di quark a massa nulla vieta la formazione di stati con elicità 0 in annichilazioni $\overline{p}p$ e quindi l'accoppiamento di $\overline{p}p$ con stati quali, ad esempio, η_c, η_c', χ_0. Una deviazione da tale previsione è attesa, ed è effettivamente osservata, a causa della massa dei quark e di effetti non perturbativi. Una valutazione di tale deviazione si ottiene misurando l'ampiezza per la formazione dello stato χ_{c2} con elicità 0.

Il decadimento radiativo degli stati $\chi_{c1,2}$ dà informazioni sul momento magnetico del quark c: $\frac{e\hbar(1+\kappa_c)}{2m_c c}$, dove κ_c indica il contributo anomalo. La distribuzione angolare è più sensibile della larghezza di decadimento $\Gamma(\chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma)$ al contributo del momento magnetico. In particolare l'ampiezza di quadrupolo magnetico a_2 è una buona osservabile da cui ricavare la misura di κ_c. L'ampiezza di ottupolo elettrico invece è legata all'ipotesi che l'emissione del fotone nel decadimento radiativo avvenga da parte di un singolo quark. Per quest'ultima ampiezza si prevede un valore molto piccolo, inferiore alla sensibilità dell'analisi svolta, pertanto verrà posta a zero nell'analisi dei dati.

Dato l'interesse connesso con questi argomenti, questa tesi si propone di misurare la distribuzione angolare di $\overline{p}p \to \chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma$ e di estrarre l'ampiezza di elicità 0 per il processo di formazione dello stato χ_{c2} e la misura del contributo anomalo al momento magnetico del quark c dalle ampiezze di quadrupolo dei decadimenti radiativi di $\chi_{c1,2}$.

Il lavoro è strutturato nel seguente modo:

- Nel cap.1, dopo una breve panoramica sugli stati del charmonio (stato legato dei quark c e $\overline{c}$), viene discussa la teoria riguardante i processi studiati, e in particolare vengono presentati alcuni modelli teorici per la formazione degli stati $\chi_{c1,2}$ e le loro previsioni per le ampiezze di elicità. Analogamente viene presentato un calcolo delle ampiezze di multipolo per $\chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma$. Il formalismo di elicità viene poi illustrato in dettaglio e viene mostrato come applicando tale formalismo al processo $\overline{p}p \to \chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma$ si deriva una espressione esplicita della distribuzione angolare.

- Nel cap.2 si trova una descrizione dell'esperimento 835, che studia la spettroscopia del charmonio in formazione nelle annichilazioni $\overline{p}p$. Nel capitolo viene presentata la tecnica sperimentale e vengono descritti il rivelatore ed il sistema di acquisizione dati. In particolare viene descritto l'innovativo rivelatore di tracciamento a fibre scintillanti.

- Nel cap.3 viene descritta l'analisi svolta sui dati sperimentali. Attenzione particolare è posta nello studio delle possibili fonti di distorsione della distribuzione angolare, quali inefficienze spazialmente localizzate del sistema di acquisizione, del rivelatore o dell'analisi. Viene data poi una stima del fondo presente. Al fine di controllare ulteriormente la qualità dei dati, viene testata la compatibilità dei vari campioni di dati (suddivisi secondo un criterio cronologico) tramite il test di Kolmogorov.

- Infine nel cap.4 viene descritto il metodo utilizzato per estrarre le misure dai dati sperimentali: la distribuzione angolare dei dati viene interpolata con la funzione teorica, in cui i parametri incogniti sono l'ampiezza di elicità B_0 e le ampiezze multipolari a_2 e a_3. Per il processo che coinvolge lo stato χ_{c1} si ha che sia B_0 che a_3 sono nulle, quindi si ha un solo parametro incognito. L'interpolazione viene fatta minimizzando le funzioni di massima verosimiglianza e di χ^2. Seguono la presentazione e la discussione dei risultati, e il confronto con le misure già esistenti per B_0^2 e a_2.

Capitolo 1

La teoria del processo

La spettroscopia del charmonio, stato legato dei quark c e $\overline{c}$, è oggetto di studio da oltre vent'anni, da quando cioè venne scoperto lo stato J/ψ nel 1974.

Questo semplice sistema a due corpi consente di studiare l'interazione forte utilizzando come primo approccio modelli di potenziale non relativistici, e inserendo poi correzioni di vario ordine in v^2/c^2 che tengono conto della dipendenza del potenziale dallo spin. L'importanza di tali correzioni è ancora materia di discussione. I potenziali riproducono le caratteristiche dell'interazione forte, che sono libertà asintotica a breve distanza (andamento Coulombiano del potenziale) e confinamento dei quark nell'adrone. Il comportamento a breve distanza può essere confrontato con le previsioni della QCD[1] perturbativa. Un altro test per l'applicazione della QCD perturbativa sono i processi di formazione e decadimento del charmonio per interazione forte, sotto la soglia di charm aperto (cioè ad una energia inferiore a quella necessaria per produrre una coppia di mesoni charmati D), che sono mediati da 2 o 3 gluoni virtuali.

Dal punto di vista sperimentale la tecnica utilizzata per produrre charmonio fino ai primi anni '80 è stata l'annichilazione e^+e^- (ad es. negli esperimenti Crystal Ball e SPEAR). Questa tecnica consente di formare direttamente solo gli stati con $J^{PC} = 1^{--}$, cioè con i numeri quantici del fotone. In seguito esperimenti come R704 e E760, e quindi anche E835 che è la continuazione di E760, hanno utilizzato l'annichilazione $\overline{p}p$, con la quale tutti gli stati possono essere formati direttamente.

[1] Cromodinamica Quantistica

1.1 Stati del charmonio

Gli stati del charmonio sono mostrati in fig.1.1, dove vengono indicati i numeri quantici J^{PC} degli stati e viene anche usata la notazione spettroscopica $^{2S+1}L_J$ che indica i valori del momento angolare di spin, orbitale e totale. Questa notazione vale in approssimazione non relativistica. Nella figura sono inclusi anche gli stati h_c e η_c', che necessitano ancora di conferme sperimentali (h_c è stato osservato per la prima volta da E760).

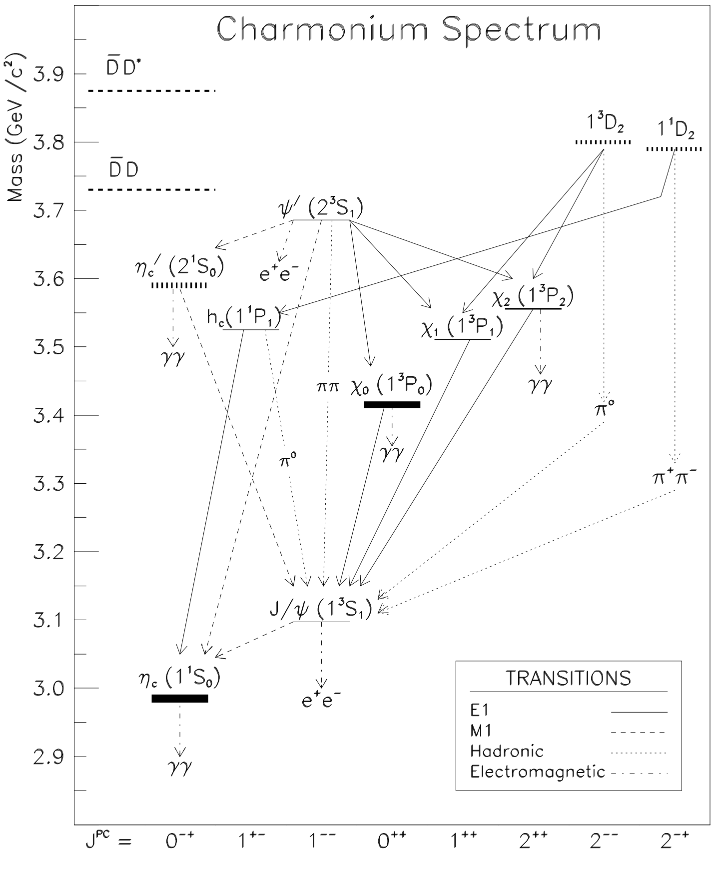

Figura 1.1: Spettro del charmonio. Sono indicate anche le principali transizioni tra gli stati.

Per uno stato fermione-antifermione, l'antisimmetria della funzione d'onda per scambio delle 2 particelle impone la seguente relazione

$$(-1)^L \cdot (-1)^{S+1} \cdot C = -1 \tag{1.1}$$

da cui si ha

$$C = (-1)^{S+L}. \tag{1.2}$$

La parità è data invece da

$$P = (-1)^{L+1}. \tag{1.3}$$

Nella figura 1.1 sono anche mostrati i decadimenti radiativi possibili. Poichè il fotone ha numeri quantici $J^{PC} = 1^{--}$, la transizione radiativa è possibile solo tra stati con C-parità opposta. Per quanto riguarda la parità, questa dipende sia dalla parità intrinseca del fotone sia dal suo momento angolare. Quindi sono possibili sia transizioni tra stati di parità uguale, ad esempio

$$\begin{aligned} \psi' &\rightarrow \eta_c \, \gamma \\ J/\psi &\rightarrow \eta_c \, \gamma \\ \eta_c' &\rightarrow \psi' \, \gamma \\ \eta_c' &\rightarrow J/\psi \, \gamma, \end{aligned}$$

sia transizioni tra stati di parità opposta, come

$$\begin{aligned} \eta_c' &\rightarrow h_c \, \gamma \\ h_c &\rightarrow \eta_c \, \gamma \\ \chi_{cJ} &\rightarrow J/\psi \, \gamma \\ \psi' &\rightarrow \chi_{cJ} \, \gamma. \end{aligned}$$

Le transizioni più ricche dal punto di vista dinamico sono quelle che coinvolgono gli stati χ_{cJ}, perchè il fotone può avere fino a 3 unità di momento angolare in $\chi_{c2} \rightarrow J/\psi \, \gamma$ e fino a 2 in $\chi_{c1} \rightarrow J/\psi \, \gamma$.

Se si includono effetti relativistici nell'interazione tra c e $\overline{c}$, gli stati possono essere miscele con diversi valori di L. Per lo stato J/ψ è stata ipotizzata una mescolanza di L=0 e L=2, che è legata alla possibile transizione di ottupolo elettrico tra lo stato χ_{c2} e la J/ψ.

1.2 Formazione del charmonio e QCD

I processi $\overline{p}p \rightarrow \overline{c}c$ consentono di verificare la validità della QCD perturbativa all'energia del charmonio e di avere un metodo alternativo al *deep inelastic scattering* per studiare la struttura del protone.

L'uso di metodi perturbativi è basato sulla libertà asintotica dell'interazione forte per fenomeni a breve distanza. Tuttavia accanto ai processi trattabili perturbativamente sono sempre presenti altri processi a grande distanza per i quali lo sviluppo perturbativo non è applicabile. Quindi l'applicazione della QCD perturbativa è basata sui teoremi di fattorizzazione[1] che consentono di separare fenomeni che avvengono su scale diverse. I teoremi di fattorizzazione, nati per descrivere il *deep inelastic scattering*, sono applicabili anche con più adroni nello stato iniziale o finale[2].

Nel caso di interazioni che coinvolgono adroni negli stati iniziali e finali, i due processi separabili sono l'interazione tra i partoni, che avviene ad un intervallo di tempo $\Delta t \sim 1/m_c$, e l'adronizzazione dei partoni negli adroni coinvolti, che avviene ad una scala temporale maggiore. Quest'ultimo processo è indipendente dalla dinamica ed è descritto dalla funzione di distribuzione dei partoni nell'adrone. A differenza di quanto avviene nel *deep inelastic scattering*, per descrivere il processo $\overline{p}p \rightarrow \overline{c}c$ non occorre semplicemente un'informazione incoerente sulla distribuzione dei quark nell'adrone, bensì occorre scrivere una funzione d'onda per i quark all'interno del protone.

Per quanto riguarda l'uso della QCD perturbativa per descrivere l'interazione tra partoni, la costante di accoppiamento α_s all'energia del charmonio vale circa $0.2 \div 0.3$, quindi ci si aspetta che i calcoli al secondo ordine introducano correzioni rilevanti ai risultati ottenuti al primo ordine perturbativo. Fatta questa debita premessa, consideriamo quali diagrammi di Feynman contribuiscono al primo ordine al processo $\overline{p}p \to \overline{c}c$.

Gli stati con $C = +$ e $J \neq 1$ ($\chi_{c2}, \chi_{c0}, \eta_c, \eta_c'$) possono decadere in 2 gluoni duri (la transizione con un solo gluone è vietata per tutti gli stati a causa della conservazione del colore). Il decadimento è possibile perchè un singoletto di colore di 2 gluoni è simmetrico per C-parità. Tuttavia, come avviene anche per un sitema di 2 fotoni, con 2 gluoni non si può ottenere uno stato con $J = 1$: per la χ_{c1} è possibile un decadimento in 3 gluoni oppure in $q\bar{q}g$.

Per gli stati con $C = -$ ($J/\psi, \psi', h_c$) il numero minimo è di 3 gluoni, per cui questi stati hanno una larghezza totale minore degli stati con $C = +$. Anche gli stati con $C = +$ è possibile il decadimento in 3 gluoni, perchè ci sono 2 modi di costruire un singoletto di colore con 3 gluoni, e uno dei singoletti ha $C = +$ e l'altro ha $C = -$. Alcuni dei diagrammi di Feynman che contribuiscono a $\overline{c}c \to \overline{p}p$ sono mostrati in fig.1.2.

Figura 1.2: Alcuni diagrammi di Feynman che descrivono le transizioni $\overline{c}c \to \overline{p}p$.

Gli effetti di spin della teoria danno regole di selezione e previsioni per le ampiezze di elicità che posso essere confrontate con i risultati sperimentali.

Il processo più ricco di informazioni è

$$\overline{p}p \to \chi_{c2}$$

poichè coinvolge 3 possibili stati di elicità, ed è il processo che questa tesi si propone di studiare, ricavando le ampiezze di elicità dalla distribuzione angolare di $\overline{p}p \to \chi_{c2} \to J/\psi\ \gamma$. Anche il processo

$$\overline{p}p \to \chi_{c1} \to J/\psi\ \gamma$$

viene studiato, ma è meno ricco di informazioni per quanto riguarda la formazione dello stato χ_{c1}, perchè per le regole di somma del momento angolare la produzione dello stato χ_{c1} è descritta da una sola ampiezza di elicità.

Verranno prese in esame le previsioni teoriche per le ampiezze di elicità di $\overline{p}p \to \chi_{c2}$ basate sulla QCD perturbativa e su due modelli diversi per il protone: il modello a partoni con masse nulle per i quark leggeri e il modello quark-diquark del protone.

1.2.1 Massless QCD

Il protone, secondo il modello a partoni, è descritto come un insieme di quark di valenza di massa nulla e collineari, ciascuno con una frazione x_i dell'impulso totale dell'adrone.

A ciascun vertice $q\overline{q}g$ è associato un termine del tipo

$$\overline{u}\gamma^\mu v \tag{1.4}$$

che è nullo a meno che le elicità dei quark non siano opposte, poichè elicità e chiralità coincidono.

Nel processo perturbativo che descrive l'accoppiamento dei gluoni con $\overline{p}p$, il protone è costituito da tre quark che hanno elicità opposte ai tre quark che costituiscono l'antiprotone, da cui si ha che anche p e $\overline{p}$ hanno elicità opposte:

$$\lambda_p = -\lambda_{\overline{p}}. \tag{1.5}$$

Quindi il sistema $\overline{p}p$ ha elicità totale

$$\Lambda = \lambda_{\overline{p}} - \lambda_p = \pm 1. \tag{1.6}$$

Dunque gli stati $\chi_{c1,2}$ secondo questa teoria possono venire prodotti da $\overline{p}p$ solo con elicità ± 1. Chiamando B_0 l'ampiezza per la produzione degli stati $\chi_{c1,2}$ con elicità 0, si ha

$$B_0 = 0. \tag{1.7}$$

Occorre precisare che per lo stato χ_{c1} si ha $B_0 = 0$ indipendentemente dal modello (per le regole di somma del momento angolare).

Le implicazioni di questo modello, oltre alla soppressione dell'ampiezza B_0 per $\chi_{c1,2} \to \overline{p}p$, sono che stati di spin 0, quali $\chi_{c0}, \eta_c, \eta_c'$, non si accoppiano a $\overline{p}p$. Lo stesso si ha anche per lo stato h_c, dato che per i suoi numeri quantici non può essere prodotto con elicità diversa da zero in $\overline{p}p$, e che l'elicità zero è vietata dal modello.

Questo modello, oltre a fissare regole di selezione basate sulla elicità, permette di fare previsioni sulle larghezze dei processi $\overline{c}c \to \overline{p}p$ e sulle distribuzioni angolari[3, 4].

Chiaramente i limiti della teoria sono costituiti dalla assunzione $m_q = 0$ per i quark costituenti il protone, e dall'entità delle correzioni allo sviluppo perturbativo.

1.2.2 Modello quark-diquark del nucleone

Il modello descritto nel paragrafo precedente ha dato buoni risultati per il processo $\overline{p}p \to J/\psi$ [5], ma non si può dire altrettanto della previsione per il rapporto di decadimento di $\chi_{c2} \to \overline{p}p$ [6]. Ma la discrepanza più evidente tra teoria e dati sperimentali è costituita dall'osservazione di processi vietati dal modello, quali ad es. $\eta_c \to \overline{p}p$, $h_c \to \overline{p}p$.

Una descrizione alternativa al modello a partoni del nucleone è costituita dal modello a quark-diquark[7]. Il diquark è un modo di includere in una descrizione fenomenologica le caratteristiche non perturbative dell'annichilazione $\overline{p}p$.

Con diquark[8] si intende una combinazione lineare di uno stato legato qq con spin totale S=0 (diquark *scalare*) e di uno stato con S=1 (diquark *vettoriale*). All'energia di interesse ($E_{CM} \sim 3.5\ GeV$) il diquark non è risolto nei quark costituenti e si può vedere come oggetto elementare.

L'introduzione del diquark apre la possibilità di accoppiamenti tra gluone e diquark con *spin flipping* che consentono la formazione degli stati con elicità $\lambda = 0$ da $\overline{p}p$.

Esistono calcoli[9] della larghezza parziale $\Gamma(\overline{c}c \to \overline{p}p)$ e delle ampiezze di elicità per gli stati del charmonio con $C = +$ (es. η_c, χ_{cJ}). Un confronto tra massless QCD e modello a diquark per $\chi_{c2} \to \overline{p}p$ si può trovare in [10].

Questi calcoli assumono per il protone il modello a partoni con quark (q) e diquark (Q) collineari e trascurano il loro moto di Fermi. Quest'ultima approssimazione costituisce uno dei principali limiti del modello. Q e q portano una frazione rispettivamente x e $(1-x)$ dell'impulso del protone, e hanno masse:

$$m_q = (1-x)m_p, \qquad m_Q = xm_p \tag{1.8}$$

con m_p massa del protone.

Nella funzione d'onda entrano come parametri incogniti la costante di adronizzazione del barione F_N, i fattori di forma per quark e diquark, l'angolo Ω di mescolamento tra Q scalare e Q vettoriale e le funzioni $\Phi(x)$ che descrivono la distribuzione di impulso dentro al protone. I fattori di forma sono valutati considerando il loro limite per basso impulso trasferito e separando il diquark in due quark per alto impulso trasferito. Le funzioni $\Phi(x)$ sono della forma

$$\Phi_S = N_1 x^{\alpha_1}(1-x)^{\beta_1} \tag{1.9}$$

$$\Phi_V = N_2 x^{\alpha_2}(1-x)^{\beta_2} \tag{1.10}$$

dove N_1 e N_2 sono costanti di normalizzazione e α_i, β_i sono parametri reali. Vengono considerate 4 possibili configurazioni per i parametri α_i, β_i. La costante di adronizzazione del protone viene ricavata interpolando i dati sperimentali su $\Gamma(\chi_{c2} \to \overline{p}p)$ per 3 diversi valori di Ω $(0^\circ, 30^\circ, 45^\circ)$[11].

Il sistema $c\bar{c}$ è descritto dalla funzione d'onda nel limite non relativistico di piccolo impulso relativo k tra c e $\bar{c}$:

$$\psi_\chi(k) = -3i\sqrt{2\pi}R'(0)\frac{1}{k^2}\frac{d}{dk}\delta(k) \tag{1.11}$$

dove $R'(0)$ è la derivata prima della funzione d'onda radiale nell'origine. $R'(0)$ viene calcolata confrontando le previsioni teoriche con i dati sperimentali per $\overline{c}c \to \gamma\gamma$:

$$\Gamma(\chi_{c0} \to \gamma\gamma) = \frac{16}{3}\frac{\alpha^2}{m_c^4}\left|R'(0)^2\right| \tag{1.12}$$

$$\Gamma(\chi_{c2} \to \gamma\gamma) = \frac{4}{15}\Gamma(\chi_{c0} \to \gamma\gamma). \tag{1.13}$$

Questo modello prevede per l'ampiezza B_0^2 un valore diverso da zero, e dipendente principalmente dall'angolo Ω:

$$\lim_{\Omega \to 0^\circ} B_0^2 \sim 0.16 \tag{1.14}$$

$$\lim_{\Omega \to 90^\circ} B_0^2 \sim 0.08. \tag{1.15}$$

1.3 Decadimento radiativo di $\chi_{c1,2}$

I decadimenti $\chi_{cJ} \to J/\psi + \gamma$ sono una fonte di informazione sulle proprietà elettromagnetiche del quark c. Il momento magnetico del quark entra attraverso le correzioni relativistiche alla Hamiltoniana di interazione del charmonio col campo di radiazione. Tali correzioni entrano ad un ordine più basso nella distribuzione angolare rispetto alla larghezza parziale di decadimento.

1.3.1 Ampiezze multipolari

Per capire quali ampiezze di multipolo sono coinvolte nell'interazione del charmonio col campo e.m., si consideri che χ_{cJ} e J/ψ sono stati con parità opposta e quindi le transizioni radiative permesse sono E1, M2, E3, M4, ecc. Considerando poi che il fotone puo‘ avere momento angolare $J = 1, 2, 3$ ($J = 1, 2$) quando lo stato iniziale è χ_{c2} (χ_{c1}), le ampiezze di multipolo che contribuiscono sono 3 (2):

- E1 o dipolo elettrico,
- M2 o quadrupolo magnetico,
- E3 o ottupolo elettrico (solo per χ_{c2}).

Nell'ambito dell'ipotesi in cui gli stati χ_{cJ} sono stati ^3P_J e lo stato J/ψ è uno stato $^3S_1$, se si suppone che il fotone venga emesso dal singolo quark, l'ampiezza di ottupolo risulta nulla anche per $\chi_{c2} \to J/\psi + \gamma$: infatti, se con L indichiamo il momento angolare orbitale e con S quello di spin, si ha $|\Delta L| = 1$ e per radiazione dal singolo quark $|\Delta S| \leq 1$ da cui $J_\gamma = 1, 2$. È invece possibile transizione di ottupolo se si suppone che la J/ψ sia una miscela di livelli con $L = 0$ e $L = 2$ (ipotesi non ammessa in approssimazione non relativistica).

Le relazioni tra le ampiezze di elicità A_ν ($\nu = 0, 1, 2$) e quelle multipolari a_k ($k = 1, 2, 3$) si ricava dai coefficienti di Clebsch-Gordan, cioè proiettando la base di autostati di $\{\vec{J}^2, J_z\}$, cioè $|J, \nu\rangle$, sulla base di autostati di $\{\vec{J}_1^2, \vec{J}_2^2, J_{1z}, J_{2z}\}$ (dove gli indici 1 e 2 si riferiscono a fotone e J/ψ), $|k\ 1; 1\ (\nu - 1)\rangle$, e sono le seguenti:

$$\begin{aligned}
A_0 &= \sqrt{\frac{1}{10}}a_1 + \sqrt{\frac{1}{2}}a_2 + \sqrt{\frac{6}{15}}a_3 \\
A_1 &= \sqrt{\frac{3}{10}}a_1 + \sqrt{\frac{1}{6}}a_2 - \sqrt{\frac{8}{15}}a_3 \\
A_2 &= \sqrt{\frac{6}{10}}a_1 - \sqrt{\frac{1}{3}}a_2 + \sqrt{\frac{1}{15}}a_3 \qquad (1.16)
\end{aligned}$$

per la χ_{c2} e

$$\begin{aligned}
A_0 &= \sqrt{\frac{1}{2}}a_1 - \sqrt{\frac{1}{2}}a_2 \\
A_1 &= \sqrt{\frac{1}{2}}a_1 + \sqrt{\frac{1}{2}}a_2 \qquad (1.17)
\end{aligned}$$

per la χ_{c1}.

1.3.2 Hamiltoniana per $c\bar{c}$ e calcolo delle ampiezze di multipolo

In letteratura si possono trovare varie fonti[12, 13] che scrivono questa Hamiltoniana e fanno calcoli espliciti delle ampiezze di multipolo a_k e delle larghezze parziali di decadimento $\Gamma(\chi_{cJ} \to J/\psi\gamma)$, usando modelli di potenziale per descrivere lo stato legato $c\bar{c}$.

Nella referenza [13], ad esempio, vengono fatti calcoli con due modelli di potenziale diversi: quelli di Gupta, Radford e Repko[14] (GRR) e quello di Buchmüller e Tye[15] (BT).

Vediamo ora com'è la Hamiltoniana che descrive l'interazione e.m. per il charmonio.

Sia $\mathcal{H}$ l'Hamiltoniana per una particella di Dirac in interazione col campo e.m.[16]:

$$\mathcal{H}_{Dirac} = \vec{\alpha}(\vec{p} - e\vec{A}) + \beta m + e\Phi \tag{1.18}$$

dalla quale si ricava per la funzione d'onda ψ

$$[\gamma^{\mu}(p_{\mu} - eA_{\mu}) - m]\psi = 0. \tag{1.19}$$

Applicando l'operatore $\gamma^{\mu}(p_{\mu} - eA_{\mu}) + m$ a sinistra nell'eq.1.19 si ottiene per ψ l'equazione

$$[(p_{\mu} - eA_{\mu})^2 - m^2 + e\vec{\sigma}\vec{B} - ie\vec{\alpha}\vec{E}]\psi = 0 \tag{1.20}$$

in cui lo spin compare esplicitamente. Se ora sviluppiamo l'equazione in potenze di $1/m$, fermandoci all'ordine $(1/m)^2$, ed eliminiamo gli operatori pari che non possono contribuire alla transizione $\chi_{cJ} \to J/\psi + \gamma$, avremo per la parte di interazione della Hamiltoniana

$$\mathcal{H}_I = -\frac{e}{2mc}\{\vec{A}, \vec{p}\} - \frac{e\hbar}{2mc}\vec{\sigma}\cdot\vec{B} + \frac{e\hbar}{4m^2c^2}\vec{\sigma}(\vec{E}\times\vec{p}). \tag{1.21}$$

Il secondo termine è l'interazione di un dipolo in un campo magnetico ed è una correzione relativistica del primo ordine alla equazione di Schrödinger. Il terzo termine è una correzione relativistica di ordine superiore e descrive l'interazione del momento magnetico con il campo $\vec{B}$ visto dalla particella nel proprio sistema di riferimento. Infatti questo termine si scrive anche $\frac{1}{2c}\vec{\mu}(\vec{E}\times\vec{v})$ dove $\frac{1}{c}(\vec{E}\times\vec{v})$ è il campo magnetico visto dal sistema solidale con la particella. Il fattore 1/2 tiene conto della non inerzialità di tale sistema di riferimento.

Fino ad ora non è stata fatta nessuna affermazione sulla particella descritta, che è una particella di Dirac con momento magnetico

$$\vec{\mu} = \frac{e\hbar}{2mc}\vec{\sigma} \tag{1.22}$$

come si vede dal termine che accoppia lo spin $\vec{\sigma}$ al campo $\vec{B}$. Per descrivere l'interazione del sistema $c\bar{c}$ col campo e.m. poniamo e_c al posto di e, m_c al posto di m, introduciamo un contributo anomalo al momento magnetico:

$$\vec{\mu} = (1+\kappa_c)e_c\hbar/2m_c c\vec{\sigma} \tag{1.23}$$

e sommiamo sui 2 quark. Si può vedere che questo porta alla Hamiltoniana di interazione

$$\mathcal{H}_I = \sum_{j=1,2} -\frac{e_{c_j}}{2m_c c}\{\vec{A}_j, \vec{p}_j\} - \frac{e_{c_j}\hbar}{2m_c c}(1+\kappa_c)\vec{\sigma}_j \cdot \vec{B}_j + \frac{e_{c_j}\hbar}{4m_c^2 c^2}(1+2\kappa_c)(\vec{E}_j \times \vec{p}_j). \tag{1.24}$$

Non abbiamo ancora inserito l'interazione forte tra i quark. Lo facciamo descrivendo il charmonio attraverso la Hamiltoniana

$$\mathcal{H}_0 = \frac{p_1^2}{2m_c} + \frac{p_2^2}{2m_c} + 2m_c + U(r_1, r_2) \tag{1.25}$$

con U potenziale fenomenologico, e sostituendo p_j nella eq.1.24 con

$$\vec{p}_j = im_c[\mathcal{H}_0, \vec{r}_j]. \tag{1.26}$$

La Hamiltoniana $\mathcal{H}_I$ si può scrivere in termini di componenti di operatori tensoriali sferici. Un tensore sferico di rango q e componente k è un operatore definito dalle seguenti regole di commutazione con gli operatori di momento angolare[17]:

$$[J_z, T_q^{(k)}] = \hbar q T_q^{(k)}$$

$$[J^{\pm}, T_q^{(k)}] = \hbar\sqrt{(k \mp q)(k \pm q + 1)}\; T_{q\pm 1}^{(k)}.$$

Ogni operatore di rango q ha $2q+1$ componenti, con $k = -q, \ldots, +q$. L'utilità di usare i tensori sferici è che il loro rango è legato alla componente di multipolo della transizione, vale a dire alla distribuzione angolare del fotone emesso nella transizione radiativa. Così si avrà che l'ampiezza di dipolo della transizione conterrà solo tensori sferici di rango 1, quella quadrupolare solo tensori sferici di rango 2 e così via.

Ampiezze per χ_{c2}

Scomposta la Hamiltoniana in tensori sferici e calcolata l'ampiezza di transizione tra stato iniziale $|i\rangle$ e stato finale $|f\rangle$ come

$$T(t) = -i\int_0^t \langle f|\mathcal{H}_I(t)|i\rangle dt' \tag{1.27}$$

si ottengono, approssimando i calcoli al primo ordine in k/m_c (k=impulso del γ emesso nel centro di massa), le espressioni delle ampiezze di multipolo seguenti, già normalizzate:

$$\begin{aligned}
a_1(\chi_{c2}) &\simeq 1 &(1.28)\\
a_2(\chi_{c2}) &\simeq -\frac{ik}{2m_c}\sqrt{\frac{3}{5}}\frac{-\frac{\sqrt{3}}{6\sqrt{5}}bI_2 + \frac{i\sqrt{5}(1+\kappa_c)}{\sqrt{12}}(aI_1 + b\frac{\sqrt{2}}{5}I_2)}{-\frac{\sqrt{5}}{3}(aI_1 - b\frac{1}{5\sqrt{2}}I_2)} &(1.29)\\
a_3(\chi_{c2}) &\simeq -\frac{ik}{2m_c}\frac{1}{\sqrt{35}}\frac{\frac{-i\sqrt{2}}{5\sqrt{7}}b(3I_4 + 8I_2)}{-\frac{\sqrt{5}}{3}(aI_1 - b\frac{1}{5\sqrt{2}}I_2)} &(1.30)
\end{aligned}$$

dove a e b sono i contributi rispettivamente dell'onda S e dell'onda D nello stato J/ψ.

Le ampiezze sono espresse in funzione dei 4 integrali seguenti,

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_0^\infty r^3 dr R_{nS}(r)R_{mP}(r)\\
I_2 &= \int_0^\infty r^3 dr R_{nD}(r)R_{mP}(r)\\
I_3 &= \int_0^\infty r^4 dr \frac{dR_{nS}(r)}{dr}R_{mP}(r)\\
I_4 &= \int_0^\infty r^4 dr \frac{dR_{nD}(r)}{dr}R_{mP}(r).
\end{aligned}$$

che descrivono la sovrapposizione delle funzioni d'onda radiali degli stati iniziale e finale, che dipendono dal modello di potenziale. m e n sono i numeri quantici radiali degli stati iniziale e finale e S,P,D si riferiscono al momento angolare orbitale degli stati. In tab.1.1 si trovano gli integrali calcolati secondo i modelli GRR e BT.

Dall'equazione 1.29 si vede che il momento magnetico anomalo del quark c entra nell'ampiezza di quadrupolo. Al primo ordine in k/m_c la larghezza parziale di decadimento contiene solamente il contributo di dipolo, mentre la distribuzione

	I_1	I_2	I_3	I_4
GRR	0.393	0.659	-1.099	-0.927
BT	0.321	0.664	-1.077	-0.890

Tabella 1.1: Valori numerici per gli integrali I_j secondo i modelli di Gupta-Radford-Repko e Buchmüller-Tye, per $\chi_{cJ} \to J/\psi + \gamma$. Le unità sono *fermi*.

angolare contiene contributi anche dai termini multipolari superiori. Quindi è più semplice estrarre la misura delle ampiezze di quadrupolo e ottupolo dalla distribuzione angolare che non dalla larghezza parziale di decadimento. Il motivo per cui all'ordine di k/m_c la larghezza di decadimento non contiene le ampiezze a_2 e a_3, è che tali ampiezze compaiono in termini di interferenza tra dipolo e poli superiori che scompaiono quando integrati su tutto lo spazio.

Si noti che, come già detto, con $b = 0$ si ha $a_3 = 0$. Ma si può dire di più: con $b = 0$, a_2 e a_3 risultano indipendenti dagli integrali I_j, cioè dal modello di potenziale che si usa per descrivere il charmonio.

Al primo ordine in k/m_c e con $b = 0$, si ha[2]:

$$a_2(\chi_{c2}) \simeq -\frac{3}{\sqrt{5}}\frac{k}{4m_c}(1+\kappa_c) \qquad (1.31)$$

$$a_3(\chi_{c2}) \simeq 0. \qquad (1.32)$$

Ampiezze per χ_{c1}

In modo analogo si calcolano le ampiezze per $\chi_{c1} \to J/\psi + \gamma$, e si ha:

$$a_1(\chi_{c1}) \simeq 1 \qquad (1.33)$$

$$a_2(\chi_{c1}) \simeq -\sqrt{\frac{3}{5}}\frac{ik}{2m_c}\frac{-\frac{1}{2\sqrt{5}}bI_2 - \frac{i5}{3\sqrt{20}}(1+\kappa_c)(aI_1 + \frac{2\sqrt{2}}{5}bI_2)}{\frac{1}{\sqrt{3}}(aI_1 + \frac{b}{\sqrt{2}}I_2)}. \qquad (1.34)$$

Per $b = 0$ si ha di nuovo che a_2 non dipende dal potenziale e si riduce a

$$a_2(\chi_{c1}) \simeq -\frac{k}{4m_c}(1+\kappa_c). \qquad (1.35)$$

[2]Nella ref.[13] c'è un errore di stampa corretto in [18].

Previsioni per $a_2(\chi_{c2})$ e $a_2(\chi_{c1})$

Questo approccio teorico, per $b = 0$ e nell'approssimazione di trascurare i termini di ordine $(k/m_c)^2$, prevede il seguente rapporto, indipendente da κ_c:

$$\frac{a_2(\chi_{c2})}{a_2(\chi_{c1})} = -\frac{3}{\sqrt{5}} \frac{k(\chi_{c2})}{k(\chi_{c1})}. \tag{1.36}$$

Essendo $k(\chi_{c2}) \sim 0.429\ GeV$ e $k(\chi_{c1}) \sim 0.389\ GeV$, si ha

$$\frac{a_2(\chi_{c2})}{a_2(\chi_{c1})} \sim 1.48. \tag{1.37}$$

Le previsioni per le ampiezze $a_2(\chi_{c1})$ e $a_2(\chi_{c2})$ ricavate dai modelli GRR e BT citate in [13] sono diverse tra loro pur per $b = 0$ poichè i due modelli assumono diversi valori per la massa del quark c.

Assumendo $b = 0$, $\kappa_c = 0$ e $m_c = 1.5\ GeV/c^2$ si ottengono le previsioni in tab.1.2.

$\chi_{c1} \to J/\psi + \gamma$		$\chi_{c2} \to J/\psi + \gamma$	
a_2	-0.065	a_2	-0.096
a_3	0	a_3	0

Tabella 1.2: Valori numerici per le ampiezze multipolari a_2 e a_3, calcolate nelle ipotesi $b = 0$ (nessun contributo in onda D per lo stato J/ψ), $\kappa_c = 0$ e con $m_c = 1.5\ GeV/c^2$.

1.4 Distribuzione angolare in formalismo di elicità

Il formalismo di elicità[19] è quello più semplice per la descrizione delle distribuzioni angolari in processi di decadimento. È stato sviluppato alla fine degli anni 50 da Jacob e Wick[20] per problemi relativistici. Il formalismo spin-orbita usato in meccanica quantistica non relativistica non è infatti adatto a descrivere problemi relativistici poichè lo spin e il momento angolare orbitale sono definiti in sistemi di riferimento non a riposo l'uno rispetto all'altro. Il formalismo di elicità è adatto perchè l'operatore di elicità $h = (\vec{S} \cdot \vec{p})/|p| = \vec{S} \cdot \hat{p}$ è invariante sia per rotazioni che per boost lungo $\hat{p}$. Di conseguenza, si possono costruire autostati simultanei del momento angolare totale (o dell'impulso) e dell'elicità adatti per problemi relativistici.

1.4.1 Il formalismo di elicità

Vediamo ora il formalismo di elicità adottando le stesse convenzioni di Jacob e Wick. Verranno descritti sia gli stati di elicità in onda piana, sia quelli in onda sferica.

Stati di elicità in onda piana

Tali stati, che indichiamo con $\{|\vec{p}, \lambda\rangle\}$, costituiscono una base. Per particelle massive, la definizione si può ricondurre al sistema di riposo della particella. Infatti un generico stato $|\vec{p}, \lambda\rangle$ è ottenibile con una trasformazione di Lorentz dallo stato $|\vec{p} = 0, \lambda\rangle$:

$$|\vec{p}, \lambda\rangle = L(\vec{p})|\vec{p} = 0, \lambda\rangle. \tag{1.38}$$

A sua volta $|\vec{p} = 0, \lambda\rangle$, che ha $\hat{p}$ lungo una gerica direzione $\hat{n}(\theta, \phi)$, si ottiene ruotando lo stato $|\vec{p} = 0, M = \lambda\rangle$, che ha $\hat{p} = \hat{z}$, dove M indica la componente lungo z del momento angolare totale. Per lo stato $|\vec{p} = 0, M = \lambda\rangle$ M coincide l'elicità perchè $\vec{L} \cdot \hat{z} = 0$ e quindi

$$M = \vec{J} \cdot \hat{z} = \vec{S} \cdot \hat{z} = \vec{S} \cdot \hat{p} = \lambda. \tag{1.39}$$

Dunque si ha:

$$|\vec{p}, \lambda\rangle = L(\vec{p})R(\phi, \theta, -\phi)|\vec{p} = 0, M = \lambda\rangle. \tag{1.40}$$

La scelta di $-\phi$ come terzo angolo di Eulero nell'eq.1.40 è convenzionale e non ha significato fisico. È fatta per avere

$$\lim_{\theta \to 0} R(\phi, \theta, -\phi)|\vec{p} = 0, M = \lambda\rangle = |\vec{p} = 0, M = \lambda\rangle \tag{1.41}$$

indipendentemente da quanto vale ϕ.

Per definire completamente gli stati occorre ancora eliminare l'ambiguità nella scelta di ϕ per:

$$|-\vec{p}_z,\lambda\rangle = L(\vec{p})R(\phi,\theta=-\pi,-\phi)|\vec{p}=0,M=\lambda\rangle, \tag{1.42}$$

che viene eliminata fissando

$$\lim_{-\vec{p}_z\to 0}|-\vec{p}_z,\lambda\rangle = \lim_{\vec{p}_z\to 0}|\vec{p}_z,\lambda\rangle. \tag{1.43}$$

Ora tutti gli stati $|\vec{p}=0,M=\lambda\rangle$ con $\lambda=-J,-J+1,\cdots,J-1,J$ sono ottenuti usando gli operatori di discesa del momento angolare $J^-=J_x-iJ_y$ su $|\vec{p}=0,J=\lambda\rangle$. Infine si fissa la normalizzazione

$$\langle\vec{p}'\lambda'|\vec{p}\lambda\rangle = (2\pi)^3\delta^3(\vec{p}'-\vec{p})\delta_{\lambda'-\lambda} \tag{1.44}$$

e la base $\{|\vec{p},\lambda\rangle\}$ risulta completamente definita.

Per i fotoni non è possibile definire un sistema di riposo in cui $\vec{p}=0$, però è possibile definire la relazione tra gli stati $|\vec{p},\lambda=+1\rangle$ e $|\vec{p},\lambda=-1\rangle$ tramite l'operatore parità. Infatti l'elicità cambia segno per inversione spaziale (vedi ref.[20] per dettagli).

Gli stati di elicità per 2 particelle si costruiscono da quelli per una particella:

$$|\vec{p}_1\lambda_1;\vec{p}_2\lambda_2\rangle = |\vec{p}_1\lambda_1\rangle\otimes|\vec{p}_2\lambda_2\rangle. \tag{1.45}$$

Se consideriamo le particelle nel centro di massa, essendo $\vec{p}_1=-\vec{p}_2$, possiamo adottare la scrittura $|\theta\phi\lambda_1\lambda_2\rangle$, dove le particelle hanno direzione $\hat{n}(\theta,\phi)$ rispetto all'asse z.

Stati di elicità in onda sferica

Per applicare la conservazione del momento angolare è più comodo avere come base per il sistema di due particelle stati di elicità in onda sferica, cioè autostati dell'elicità e del momento angolare totale. Indichiamo con $|JM\lambda_1\lambda_2\rangle$ uno stato di tale base. Sotto rotazione lo stato si trasforma nel modo seguente:

$$|JM\lambda_1\lambda_2\rangle \to \sum_{M'=-J}^{+J} D^J_{M,M'}|JM'\lambda_1\lambda_2\rangle \tag{1.46}$$

dove

$$D^J_{M,M'}(\alpha,\beta,\gamma) = e^{-iM\alpha} d^J_{M,M'}(\beta) e^{iM'\gamma}. \tag{1.47}$$

L'espressione delle matrici ridotte $d^J_{M,M'}$ si trova nella referenza [21].

Per mettere in relazione gli stati in onda piana con quelli in onda sferica basta considerare che per $\theta = \phi = 0$ l'elicità coincide con J_z e quindi si ha

$$M = \lambda \doteq \lambda_1 - \lambda_2 \tag{1.48}$$

(l'indice 1 si riferisce alla particella con $\hat{p} = +\hat{z}$). Dopo passaggi che tengono conto di rotazioni e normalizzazioni si ha:

$$|\theta\phi\lambda_1\lambda_2\rangle = \sum_{J',M'} \sqrt{\frac{2J'+1}{4\pi}} D^{J'}_{M',\lambda}(\phi,\theta,-\phi)|J'M'\lambda_1\lambda_2\rangle \tag{1.49}$$

1.4.2 Descrizione di $\chi_{c1,2} \to \overline{p}p$ e $J/\psi \to e^+e^-$

Per scrivere la distribuzione angolare di

$$\bar{p}(\lambda_1)p(\lambda_2) \to \chi_{cJ}(\nu) \to J/\psi(\sigma) + \gamma(\mu) \to e^+(k_1)e^-(k_2) + \gamma(\mu) \tag{1.50}$$

dove $\lambda_1, \lambda_2, \nu, \sigma, \mu, k_1, k_2$ sono le elicità delle particelle, consideriamo che l'ampiezza per il processo può essere scritta come prodotto delle ampiezze per i tre processi separati $\bar{p}(\lambda_1)p(\lambda_2) \to \chi_{c1,2}(\nu)$, $\chi_{cJ}(\nu) \to J/\psi(\sigma) + \gamma$, $J/\psi(\sigma) \to e^+(k_1)e^-(k_2)$.

Vediamo ora come descrivere la distribuzione angolare del decadimento di uno stato α_J di spin J in un sistema fermione-antifermione. Questo caso comprende sia $\chi_{cJ} \to \overline{p}p$ che $J/\psi \to e^+e^-$.

Lo stato iniziale è $|JM\rangle$, dove M è la proiezione di $\vec{J}$ sull'asse z. Lo stato finale è $|\theta_f\phi_f\lambda_1\lambda_2\rangle$, dove λ_1 e λ_2 sono le elicità di antifermione e fermione e (θ_f, ϕ_f) sono gli angoli di $\vec{p}_f$.

L'ampiezza, a meno di costanti moltiplicative, è data da

$$\begin{aligned} A(\alpha_J \to f\bar{f}) &= \langle\theta_f\phi_f\lambda_1\lambda_2|U|JM\rangle & (1.51)\\ &= \sum_{J_fM_f} \sqrt{\frac{2J_f+1}{4\pi}} D^{J\star}_{M_f\lambda}(\phi_f,\theta_f,-\phi_f)\cdot \\ &\quad \delta_{J_fJ}\delta M_fM\langle J_fM_f\lambda_1\lambda_2|U|JM\rangle & (1.52)\\ &= \sqrt{\frac{2J+1}{4\pi}} D^{J\star}_{M\lambda}(\phi_f,\theta_f,-\phi_f)\langle JM\lambda_1\lambda_2|U|JM\rangle & (1.53) \end{aligned}$$

dove abbiamo utilizzato l'eq.1.49.

Poniamo $\langle JM\lambda_1\lambda_2|U|JM\rangle \doteq A_{M,\lambda_1\lambda_2}$. Ci si aspetta che $A_{M,\lambda_1\lambda_2}$ sia invariante per rotazione, quindi indipendente da M. Allora si può scrivere più semplicemente $A_{\lambda_1\lambda_2}$.

Le ampiezze possibili per lo stato $\overline{p}p$ sono 4:

$$A_{+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}, A_{+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}, A_{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}, A_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}.$$

Per lo stato e^+e^-, nel limite in cui la massa dell'elettrone viene trascurata, le ampiezze sono solamente due perchè con $m_e = 0$ gli autostati di elicità coincidono con quelli della chiralità e nell'accoppiamento dei fermioni al campo e.m. gli stati di chiralità consentiti sono ± 1. Dunque le ampiezze possibili sono

$$A_{+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}, A_{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}.$$

Per motivi di conservazione di parità P e C-parità C, si hanno le relazioni[22]

$$A_{\lambda_1\lambda_2} = \eta_P(-1)^J A_{-\lambda_1-\lambda_2} \tag{1.54}$$

$$A_{\lambda_1\lambda_2} = \eta_C(-1)^J A_{\lambda_1\lambda_2} \tag{1.55}$$

con η_P e η_C numeri quantici di parità e C-parità della particella che decade. Essendo $J^{PC}(\chi_{c1}) = 1^{++}$, $J^{PC}(\chi_{c2}) = 2^{++}$ e $J^{PC}(J/\psi) = 1^{--}$ si ha

$$\chi_{c1}: \quad A_{+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = -A_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}, \quad A_{+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = -A_{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} \tag{1.56}$$

$$\chi_{c2}: \quad A_{+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = A_{-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}, \quad A_{+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = A_{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} \tag{1.57}$$

$$J/\psi: \quad A_{+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = A_{-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}. \tag{1.58}$$

Per $\chi_{c1,2} \to \overline{p}p$ occorrono 2 sole ampiezze di elicità per descrivere il processo. Per $\chi_{c1} \to \overline{p}p$ poi si ha che $A_{+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 0$, pertanto una sola ampiezza descrive il decadimento. Per $J/\psi \to e^+e^-$ si ha una sola ampiezza.

Semplificando la notazione e usando $\lambda_1 - \lambda_2$ come indice al posto di $\lambda_1\lambda_2$, e usando inoltre la lettera B per distinguere le ampiezze per il processo $\chi_{c1,2} \to \overline{p}p$ da quello $J/\psi \to e^+e^-$, le ampiezze di elicità coinvolte sono

$$\chi_{c1}: \qquad B_1 \tag{1.59}$$

$$\chi_{c2}: \quad B_0, \quad B_1 \tag{1.60}$$

$$J/\psi: \qquad A_1 \tag{1.61}$$

Le ampiezze di elicità per uno stesso processo sono legate tra loro dalle condizioni di normalizzazione, che vengono scelte nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \chi_{c1}: &\quad B_1 = 1 \\ \chi_{c2}: &\quad B_0 + 2B_1^2 = 1 \\ J/\psi: &\quad A_1 = 1. \end{aligned} \tag{1.62}$$

Se il sistema non è polarizzato, per calcolare la distribuzione angolare occorre sommare sulle elicità dello stato finale e su M dello stato iniziale.

Le matrici densità per $\chi_{c1,2} \to \overline{p}p$ e $J/\psi \to e^+e^-$ avranno la forma (a parte costanti moltiplicative)

$$\chi_{c1}: \rho_{MM'} = \sum_{\lambda=\pm1} D^{J\star}_{M\lambda}(\phi,\theta,-\phi) D^{J}_{M'\lambda}(\phi,\theta,-\phi) \quad (M, M' = 0, \pm1), \tag{1.63}$$

$$\chi_{c2}: \rho_{MM'} = \sum_{\lambda=0,\pm1} D^{J\star}_{M\lambda}(\phi,\theta,-\phi) D^{J}_{M'\lambda}(\phi,\theta,-\phi)|B_{|\lambda|}|^2 \quad (M, M' = 0, \pm1, \pm2), \tag{1.64}$$

$$J/\psi: \rho_{MM'} = \sum_{\lambda=\pm1} D^{J\star}_{M\lambda}(\phi,\theta,-\phi) D^{J}_{M'\lambda}(\phi,\theta,-\phi) \quad (M, M' = 0, \pm1). \tag{1.65}$$

1.4.3 Descrizione di $\chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma$

Siano ν, σ, μ le polarizzazioni rispettivamente di $\chi_{c1,2}, J/\psi, \gamma$. Il fotone ha polarizzazione longitudinale solamente:

$$\mu = \pm 1. \tag{1.66}$$

Gli stati di elicità possibili sono $\nu = 0, \pm1, (\pm2)$. La conservazione di P e C comporta

$$A_{\sigma\mu} = -A_{-\sigma-\mu} \tag{1.67}$$

per cui le ampiezze possibili sono 3 (2 alla χ_{c1})

$$A_0, A_1, (A_2), \tag{1.68}$$

legate dalla condizione di normalizzazione

$$A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 = 1 \quad (A_0^2 + A_1^2 = 1). \tag{1.69}$$

Le ampiezze di elicità sono legate a quelle multipolari $a_1, a_2, (a_3)$, corrispondenti rispettivamente a transizioni di dipolo elettrico (E1), quadrupolo magnetico (M2) e ottupolo elettrico (E1), dalle relazioni 1.16 e 1.17 già viste al paragrafo 1.3.1. Anche per le ampiezze multipolari vale la condizione di normalizzazione

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1 \qquad (a_1^2 + a_2^2 = 1). \tag{1.70}$$

1.4.4 Le osservabili e la distribuzione angolare

Ora, fissando le osservabili, si potrà scrivere la distribuzione angolare per l'intera cascata $\overline{p}p \to \chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma \to e^+e^- + \gamma$.

L'evento è completamente descritto da 9 osservabili ($\{E, \theta, \phi\}$ di elettrone, positrone e fotone) legate tra loro da 5 relazioni, che sono la conservazione del quadri-impulso totale e il vincolo sulla massa invariante di e^+e^-:

$$\begin{aligned} \vec{p}_{e_1} + \vec{p}_{e_2} + \vec{p}_\gamma &= \vec{p}_{TOT} & (1.71)\\ E_{e_1} + E_{e_2} + E_\gamma &= E_{TOT} & (1.72)\\ M_{e^+e^-} &= \sqrt{2m_e^2 + 2E_{e_1}^2 E_{e_2}^2 - 2\vec{p}_{e_1} \cdot \vec{p}_{e_2}} = M_{J/\psi} & (1.73) \end{aligned}$$

Le osservabili indipendenti sono quindi 4, ma si riducono a 3 perchè una viene posta a zero sfruttando l'arbitrarietà nella scelta del sistema di riferimento.

Per comodità nello scrivere la distribuzione angolare, le osservabili scelte non sono quelle direttamente misurate nel sistema del laboratorio, bensì gli angoli

$$\theta, \theta', \phi'$$

che vado a definire di seguito.

Mettiamoci nel centro di massa, cioè nel sistema di riposo della $\chi_{c1,2}$. Prendiamo l'asse z lungo la direzione dell'antiprotone e l'asse x in modo tale che la J/ψ abbia $\phi = 0$. Indichiamo con θ l'angolo polare della J/ψ. Il sistema di riferimento è mostrato in fig.1.3 (sinistra) e lo indichiamo con S. Ora per descrivere il decadimento della J/ψ prendiamo come riferimento il sistema di riposo della J/ψ con asse z' coincidente con la direzione della J/ψ nel sistema S e asse x' nel piano di $\hat{z}$ e $\hat{z}'$. Chiamiamo S' questo sistema, indicato in fig.1.3 (destra). In S' e^+e^- sono prodotti con angoli (θ', ϕ').

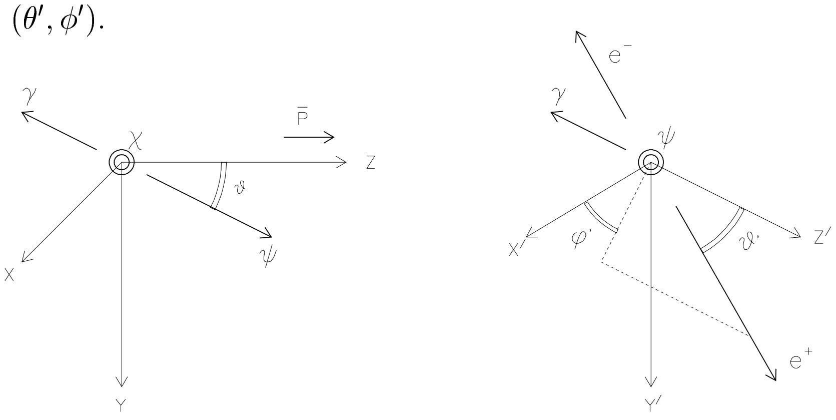

Figura 1.3: Convenzioni sulla definizione degli angoli.

C'è ambiguità nella scelta di (θ', ϕ') essendo e^+e^- indistinguibili. Ma poichè la distribuzione angolare, come si vedrà, è invariante per lo scambio $e^+ \longleftrightarrow e^-$, cioè per $\theta' \longleftrightarrow \pi - \theta', \phi' \longleftrightarrow \pi + \phi'$, fissiamo come criterio che (θ', ϕ') siano gli angoli dell'elettrone più in avanti in S' (e di conseguenza anche in S). In appendice 2 è illustrata la derivazione di $\{\theta, \theta', \phi'\}$ a partire dalle osservabili misurate.

Per scrivere la distribuzione angolare riferiamo le elicità al sistema di assi S'. p e $\bar{p}$ hanno angoli $(-\theta, \phi = 0)$ da inserire nell'eq.1.63 o 1.64. Nell'eq.1.65 vanno inseriti invece gli angoli (θ', ϕ'). La distribuzione angolare si ottiene facendo il prodotto delle matrici densità per i vari processi, descritte nei paragrafi precedenti, e sommando sui possibili valori dei loro indici:

$$
\begin{aligned}
W(cos\theta, cos\theta', \phi') &= \sum_{\nu,\nu'=-J}^{+J} \sum_{\lambda=-1}^{+1} D^{J\star}_{\nu\lambda}(0,-\theta,0) D^{J}_{\nu'\lambda}(0,-\theta,0) B^2_{|\lambda|} \sum_{\mu=\pm1} A_{\nu-\mu,\mu} A^{\star}_{\nu'-\mu,\mu} \cdot \\
&\quad \sum_{\lambda'=\pm1} D^{J\star}_{\nu-\mu\lambda'}(\phi',\theta',-\phi') D^{J}_{\nu'-\mu,\lambda'}(\phi',\theta',-\phi') \qquad (1.74) \\
&= \sum_{\nu,\nu'=-J}^{+J} \sum_{\lambda=-1}^{+1} d^{J\star}_{\nu\lambda}(\theta) d^{J}_{\nu'\lambda}(\theta) B^2_{|\lambda|} \sum_{\mu=\pm1} A_{\nu-\mu,\mu} A^{\star}_{\nu'-\mu,\mu} \cdot \\
&\quad \sum_{\lambda'=\pm1} D^{J\star}_{\nu-\mu\lambda'}(\phi',\theta',-\phi') D^{J}_{\nu'-\mu,\lambda'}(\phi',\theta',-\phi') \qquad (1.75)
\end{aligned}
$$

dove abbiamo tenuto conto che le elicità di $\chi_{c1,2}$, $J/\psi, \gamma$ sone legate dalla relazione $\nu = \sigma - \mu$ e di $B_{|\lambda|} \in R$.

La distribuzione $\hat{W}$ normalizzata in modo che

$$\int \hat{W}(cos\theta, cos\theta', \phi')\ dcos\theta\ d\phi\ dcos\theta'\ d\phi' = 1$$

si ottiene moltiplicando W per un fattore $\frac{15}{64\pi^2}$ per la χ_{c2} e $\frac{9}{64\pi^2}$ per la χ_{c1}.

Tenendo conto delle relazioni 1.62 e 1.70, le ampiezze indipendenti necessarie per descrivere W sono 3 (1 per la χ_{c1}) e la scelta che viene fatta in questa tesi è la seguente

$$B_0, a_2, a_3 \qquad (\chi_{c2}) \tag{1.76}$$

$$a_2 \qquad (\chi_{c1}) \tag{1.77}$$

dove alle ampiezze di elicità per il decadimento radiativo della χ_{cJ} sono state sostituite quelle multipolari (eq.1.16,1.17).

Esplicitando le matrici $D^J_{\beta,\beta'}$, la distribuzione angolare è della forma

$$W(\Omega) = \sum_l K_l(\alpha) \cdot T_l(\Omega) \tag{1.78}$$

dove con α sono indicate collettivamente le ampiezze in eq.1.76 e eq.1.77 e con Ω si intende la terna di osservabili $\{cos\theta, cos\theta', \phi'\}$.

L'espressione esplicita delle funzioni K e T viene data in appendice 1.

Capitolo 2

E835: la tecnica sperimentale ed il rivelatore

L'esperimento 835 al Fermilab ha preso dati negli anni 1996 e 1997 per continuare lo studio della spettroscopia dei mesoni $c\bar{c}$ (charmonio), già avviata a FNAL dall'esperimento E760[23].

Il charmonio viene formato facendo collidere antiprotoni, forniti dall'accumulatore di FNAL, con un bersaglio di idrogeno molecolare. Il fascio viene raffreddato stocasticamente per diminuire le sue dimensioni trasversali e inoltre per ridurre la dispersione in energia.

Dalla annichilazione di protone e antiprotone si formano direttamente tutti gli stati del charmonio. Ciò non avviene negli esperimenti che studiano il charmonio tramite annichilazione e^+e^-, nei quali solo gli stati con i numeri quantici del fotone ($J^{PC} = 1^{--}$) sono formati direttamente. La formazione diretta offre il vantaggio di poter misurare masse e larghezze delle risonanze prodotte con un errore che dipende unicamente dall'incertezza sull'energia del fascio di antiprotoni.

L'intervallo di energia studiato da E835 va da $E_{CM} \approx 2.900\ GeV$ a $E_{CM} \approx 3.700\ GeV$. In questo intervallo rientrano gli stati $\eta_c, \psi, \psi', \chi_{cJ}(J = 0, 1, 2), h_c$ e si presume anche lo stato η'_c, che non è ancora stato osservato.

La formazione del charmonio avviene attraverso interazione forte. I decadimenti che si studiano sono invece dovuti ad interazione elettromagnetica: tali stati sono infatti ben identificabili rispetto al fondo dei canali adronici. Per individuare gli stati finali del decadimento del charmonio si cercano coppie e^+e^- o coppie $\gamma\gamma$ ad alta massa invariante ($M_{INV} \approx 3\ GeV$), che corrispondono ai seguenti processi:

$$\overline{p}p \to \overline{c}c \to e^+e^-$$

$$\overline{p}p \to \overline{c}c \to J/\psi + X \to e^+e^- + X$$

$$\overline{p}p \to \overline{c}c \to \gamma\gamma.$$

La curva di eccitazione di una risonanza viene ottenuta in funzione dell'energia nel centro di massa. Dalla curva di eccitazione si ricavano la massa (M_R), la larghezza (Γ_{TOT}) e le larghezze parziali negli specifici canali di formazione e decadimento ($\Gamma_{\overline{p}p}, \Gamma_{e^+e^-}$,ecc.).

Dopo i risultati di E760, E835 è stata una scelta naturale per completare lo studio del charmonio. I principali scopi dell'esperimento[24] sono stati:

- determinare massa, larghezza dello stato η_c e rapporti di decadimento $B(\eta_c \to \overline{p}p) \times B(\eta_c \to \gamma\gamma)$;
- confermare il segnale dello stato h_c;
- cercare lo stato η_c';
- determinare massa, larghezza dello stato χ_0 e rapporti di decadimento $B(\chi_0 \to \overline{p}p) \times B(\chi_0 \to \gamma\gamma)$ e $B(\chi_0 \to \overline{p}p) \times B(\chi_0 \to J/\psi\gamma)$;
- studiare le distribuzioni angolari dei decadimenti radiativi degli stati $\chi_{c1,2}$.

2.1 La sorgente di interazione

In un esperimento a bersaglio fisso in cui gli antiprotoni collidono su un bersaglio stazionario di protoni, l'energia del fascio è legata alla massa della risonanza da

$$E_{\overline{p}} = \frac{M_R^2}{2m_p} - m_p. \tag{2.1}$$

Per l'intervallo di massa $2.9 \div 3.7\ GeV/c^2$ occorrono antiprotoni con impulso da 3.4 a 6.3 GeV/c circa.

L'accumulatore di antiprotoni di FNAL è stato disegnato per contenere $\bar{p}$ di impulso 8.85 GeV/c, che vengono decelerati all'energia desiderata mediante una cavità a radiofrequenza.

Il fascio viene raffreddato stocasticamente ottenendo una risoluzione $\sigma_p/p = 2 \cdot 10^{-4}$. L'indeterminazione in impulso σ_p è legata all'indeterminazione $\sigma_{E_{CM}}$ dalla relazione

$$\sigma_{E_{CM}} = \frac{m_p}{E_{CM}} \times \frac{v_p}{c} \times \sigma_p \tag{2.2}$$

dove v_p è la velocità del fascio di antiprotoni; si ha quindi $\sigma_{E_{CM}} \simeq 0.250 \div 0.350\ MeV$. Il raffreddamento compensa anche per la perdita di energia del fascio dovuta all'interazione con il bersaglio.

Il numero di antiprotoni $N_{\bar{p}}$ contenuti nell'accumulatore varia da un minimo di $5 \cdot 10^{10}$ ad un massimo di $80 \cdot 10^{10}$. Il 95% di essi è contenuto entro una sezione trasversale di 5 mm. La frequenza di rivoluzione è $f_{\bar{p}} \simeq 0.62\ MHz$.

Il bersaglio è costituito da un getto di idrogeno gassoso perpendicolare al fascio. Il meccanismo di fuoriuscita del gas[25] e le condizioni di temperatura ($T \simeq 20\ K$) e pressione fanno sì che il gas condensi in un getto di cluster collineari e molto densi. La densità varia da $0.1 \cdot 10^{14}\ atomi/cm^3$ a $3.2 \cdot 10^{14}\ atomi/cm^3$. Il getto di idrogeno ha la forma di un cono e nella regione in cui interseca il fascio di antiprotoni ha un diametro $d_{jet} \simeq 7\ mm$.

La luminosità istantanea è data da

$$\mathcal{L} = \rho_{jet} \times d_{jet} \times N_{\bar{p}} \times f_{\bar{p}} \tag{2.3}$$

e con il fascio ed il bersaglio descritti si ottiene $\mathcal{L} \sim 10^{31}\ cm^{-2}s^{-1}$.

2.2 La tecnica sperimentale

Le risonanze del charmonio vengono studiate misurando la sezione d'urto in funzione dell'energia del fascio, nella zona della risonanza. Durante lo spazzolamento di questa regione l'energia del fascio viene modificata a piccoli intervalli, essendo circa 150 KeV/c il minimo intervallo realizzabile. I parametri della risonanza sono estratti dalla curva di eccitazione osservando che tale curva è la convoluzione tra la Breit-Wigner della risonanza (σ_{BW}) e la funzione di distribuzione in energia del fascio ($G(E)$, E energia nel centro di massa):

$$\sigma(E_{CM}) = \int_0^{\infty} \sigma_{BW}(E')G(E_{CM} - E')dE'. \tag{2.4}$$

Operativamente Γ_R, M_R si estraggono dai dati sperimentali nel modo seguente: per ogni punto della curva di eccitazione si contano gli eventi (n_i) osservati, che seguono la distribuzione di Poisson, e si calcola il valore di aspettazione della distribuzione (ν_i) che è dato da

$$\nu_i = L_i[\sigma_{bkg} + \epsilon\sigma(E_{CM})] \tag{2.5}$$

dove σ_{bkg} è la sezione d'urto non risonante, L_i è la luminosità integrata[1] e ϵ è l'efficienza per la rivelazione dello stato finale in esame. Infine la curva di eccitazione viene interpolata con la funzione di massima verosimiglianza di N distribuzioni poissoniane di valore di aspettazione ν_i e valore osservato n_i.

Per lo studio delle distribuzioni angolari la conoscenza accurata dell'energia del fascio non è necessaria. La distribuzione angolare degli eventi, corretta per l'efficienza di rivelazione, viene interpolata con la funzione teorica. Se non è importante conoscere con accuratezza l'energia del fascio, è però fondamentale conoscere tutte le cause di inefficienza del rivelatore e la loro dipendenza angolare.

2.3 Il rivelatore

Il rivelatore di E835 è stato costruito per svolgere i seguenti compiti:

- rivelare con elevata efficienza stati finali con coppie e^+e^- o $\gamma\gamma$ con alto impulso trasverso;
- discriminare $e^{\pm}$ da adroni e γ da π^0;
- misurare accuratamente energia e direzione di $e^{\pm}$ e γ.

[1] La luminosità integrata è $L = \int_t \mathcal{L}dt$, con $\mathcal{L}$ luminosità istantanea. $[\mathcal{L}] = T^{-1}L^{-2}, [L] = L^{-2}$.

La separazione di $e^{\pm}$ da adroni, in particolare da pioni veloci, è compito di un rivelatore Čerenkov a gas. Energie e direzioni di $e^{\pm}$ vengono misurate rispettivamente da un calorimetro elettromagnetico in vetro al piombo con segmentazione sia polare che azimutale, e da un sistema di tracciamento interno (rivelatore a fibre scintillanti, camere "straw" e rivelatore al silicio). Per quanto riguarda i γ, energie e direzioni sono misurate dal calorimetro elettromagnetico.

Il fondo principale per eventi con $e^{\pm}$ nello stato finale è costituito da coppie e^+e^- provenienti da decadimento di Dalitz del π^0 ($\pi^0 \to e^+e^-\gamma$) e da conversioni di fotoni nel tubo a vuoto del fascio. Occasionalmente queste tracce possono dare alta massa invariante con altre tracce.

Gli eventi con $\gamma\gamma$ nello stato finale competono con un fondo più elevato costituito principalmente dalle reazioni $\overline{p}p \to \pi^0\pi^0$ e $\overline{p}p \to \pi^0\gamma$: il decadimento $\pi^0 \to \gamma\gamma$ simula un γ quando il π^0 decade o in modo molto simmetrico, dando origine a 2 γ che non vengono risolti, oppure in modo molto asimmetrico, con uno dei due γ che esce dalla accettanza del rivelatore o che, essendo di energia molto bassa, non è rivelato.

In fig.2.1 si può osservare il rivelatore di E835. L'asse orizzontale del disegno, che coincide con la direzione del fascio di antiprotoni, verrà indicato come asse z. Con θ e ϕ indicherò gli angoli definiti in fig.2.2.

Il rivelatore si suddivide in una parte centrale, concentrica rispetto al fascio, e in una parte in avanti, posta nella regione frontale, a piccoli angoli polari.

Segue ora una breve panoramica dei singoli rivelatori e delle loro caratteristiche:

- **Odoscopi H1,H2',H2**

  Sono scintillatori plastici segmentati in ϕ rispettivamente in 8, 24 e 32 settori e hanno una distanza dall'asse del fascio che va da 2.2 cm per H1 a 16 cm per H2. Realizzano una copertura in θ che va da $10°$ a $65°$ circa.

  H1 e H2 sono usati nel trigger per eventi carichi: una traccia carica è definita dalla coincidenza tra un elemento di H1 e l'OR dei corrispondenti elementi di H2. H1 e H2' vengono usati nel trigger per eventi neutri, in veto.

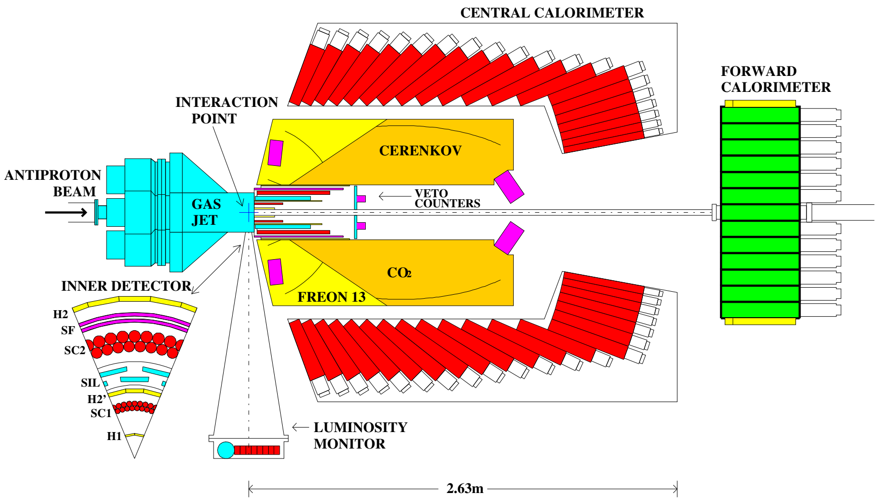

Figura 2.1: Sezione laterale del rivelatore di E835.

H2 ha spessore di 4 mm, doppio rispetto ad H1, e viene utilizzato per distinguere tracce di elettrone singolo da tracce e^+e^- non risolte spazialmente, tramite la misura di $\frac{dE}{dx}$.

- **Camere a straw**

Due rivelatori a “straw”[26], ciascuno formato da due strati di 64 tubi in mylar, misurano la coordinata ϕ delle tracce cariche. La misura è ricavata dal tempo che il segnale prodotto dalla traccia ionizzante impiega per raggiungere l'anodo centrale (tempo di deriva). Ciascuna straw copre un intervallo azimutale di 5.625° e i due strati di straw dello stesso rivelatore sono sfasati in ϕ di mezza camera. La presenza del secondo strato toglie l'ambiguità destra-sinistra, oltre ad aumentare l'efficienza. I rivelatori si trovano alla distanza di 5.4 cm e 12.0 cm dall'asse del fascio e coprono l'intervallo in θ tra 15° e 58° (rivelatore interno) o tra 15° e 65° (rivelatore esterno). Il gas interno alle straw è una miscela di argon, isobutano e methylal in proporzione 82:15:3. La risoluzione

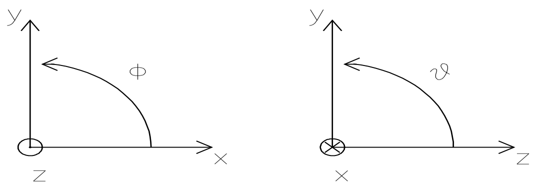

Figura 2.2: Definizione degli angoli azimutale (ϕ) e polare (θ).

sulla singola traccia calcolata su eventi $J/\psi \rightarrow e^+e^-$ è

$$\sigma_\phi \simeq 9 \; mrad.$$

- **Rivelatore al silicio**

  Si tratta di un rivelatore a semiconduttore composto da 576 cristalli di silicio disposti su 24 piastre distribuite a cilindro attorno all'asse z. Le piastre sono disposte alternativamente a distanze di 8.15 cm e 9.05 cm dall'asse, e sono parzialmente sovrapposte in ϕ (vedi fig.2.3 destra). Ciascuna piastra, che è costruita in vetronite, alloggia 24 cristalli allineati lungo z e disposti su 2 strati sovrapposti. Ogni cristallo contiene 8 diodi, per un totale di 4608 canali indipendenti. Le dimensioni del singolo diodo sono $2.9 \times 23.9 \; mm^2$. È l'unico rivelatore del sistema di tracciamento interno in grado di misurare sia θ (o z) che ϕ delle tracce. Da test condotti prima della presa dati, si è ricavata una risoluzione di $\sigma_z = 1.5 \; mm$ e $\sigma_\phi = 15°$. Non è stato possibile utilizzare questo rivelatore nel corso dell'esperimento per problemi di rumore non ancora del tutto chiariti.

- **Rivelatore a fibre scintillanti**

Con questo rivelatore, composto da due cilindri ciascuno con 430 fibre scintillanti per la misura della coordinata θ, si completa il quadro del sistema di tracciamento interno, la cui sezione si osserva schematizzata in figura2.3 (destra). Del rivelatore a fibre parlerò più estesamente nel prossimo paragrafo, avendo contribuito alla sua realizzazione.

- **Čerenkov**

L'identificazione delle tracce di elettrone per il trigger è affidata al rivelatore Čerenkov a soglia[27]. È costituito da 8 settori in ϕ e 2 in θ, per una copertura in θ da 15° a 70°. Il setto tra le due zone polari è posto a 34°.

I settori a piccoli angoli polari sono riempiti con CO_2 e hanno una soglia per emissione di luce Čerenkov di $p_e = 17.6\ MeV/c$ per elettroni e $p_\pi = 4820\ MeV/c$ per pioni. I settori a grandi angoli polari contengono Freon13 e hanno soglie $p_e = 13.5\ MeV/c$ per elettroni e $p_\pi = 3680\ MeV/c$ per pioni.

- **Calorimetro centrale**

I calorimetri sono due: centrale e in avanti. Il calorimetro centrale[28, 29] (CCAL) misura energia e direzioni (θ, ϕ) di $e^\pm$ e dei fotoni. È composto da 1280 blocchi di vetro al piombo disposti con geometria puntante verso il vertice di interazione. I blocchi a θ costante formano un anello ("ring"). Gli anelli sono 20 e sono disposti tra $\theta = 10.6°$ e $\theta = 70°$. Ogni anello copre un intervallo in pseudorapidità[2] di $\Delta\eta \simeq 0.1$. In direzione azimutale i blocchi sono suddivisi in 64 cunei ("wedge"), ciascuno coprente l'intervallo $\Delta\phi = 5.625°$ (la stessa segmentazione delle camere a straw). La visione laterale del CCAL con segmentazione in anelli si vede in fig.2.1, mentre in fig.2.3 (sinistra) è mostrata la sezione con la suddivisione in ϕ.

L'interazione delle tracce nel CCAL produce luce Čerenkov che viene raccolta da tubi fotomoltiplicatori. Le dimensioni dei blocchi variano con θ e vanno da un minimo di 12 lunghezze di radiazione ad un massimo di 16 lunghezze a

[2] La pseudorapidità è definita come $\eta = -log_e(tg(\theta/2))$.

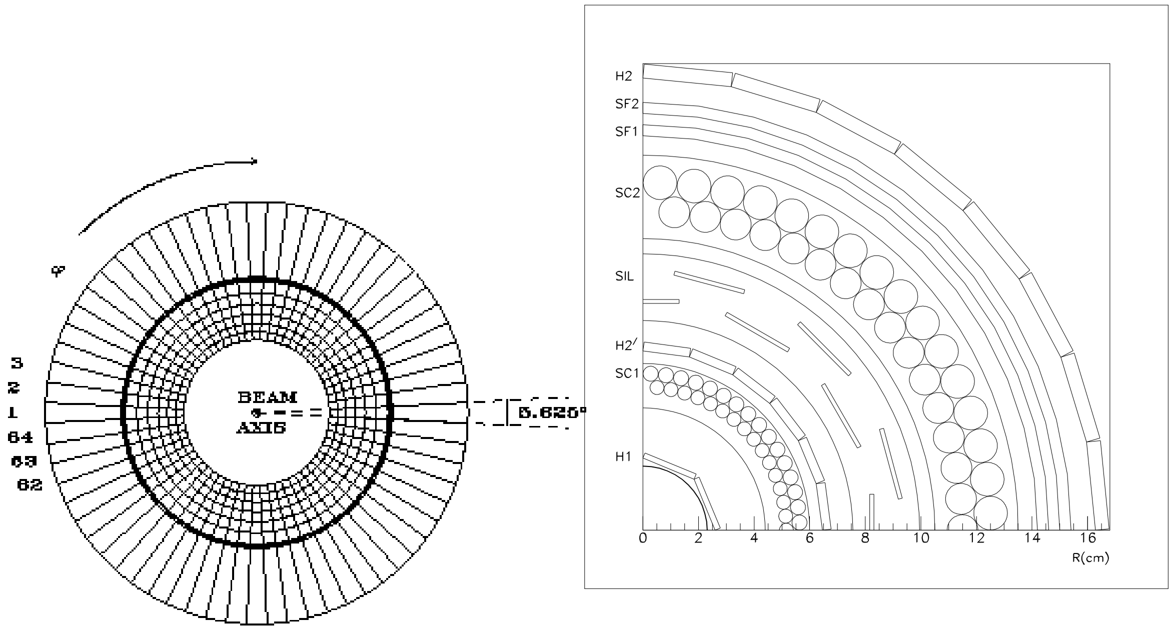

Figura 2.3: Sezione (a) del calorimetro centrale e (b) del sistema di tracciamento interno di E835.

piccoli θ. I fototubi sono collegati sia a moduli ADC,[3] che integrano il segnale per dare una misura dell'energia, sia a moduli TDC,[4] che danno invece informazione temporale. Quest'ultima è molto utile per contrastare il fenomeno del "pile-up", cioè l'inclusione in un evento di una traccia proveniente da un altro evento, temporalmente separato.

Il CCAL è dotato di buona risoluzione in energia:

$$\frac{\sigma_E}{E} = 1.4\% + \frac{6\%}{\sqrt{E(GeV)}}, \tag{2.6}$$

e di buona risoluzione spaziale:

$$\sigma_\theta \simeq 6\ mrad, \qquad \sigma_\phi \simeq 8\ mrad. \tag{2.7}$$

Ha inoltre un'elevata efficienza ed è in grado di rivelare fotoni fino a 20 MeV, cosa utile per identificare π^0 decaduti in modo asimmetrico.

[3] Analog-to-Digital Converter: è un modulo che dà in uscita un segnale digitale corrispondente all'integrale della carica elettrica in entrata.

[4] Time-to-Digital Converter. Convertono in segnale digitale un intervallo temporale.

- **Calorimetro in avanti e FCH**

  Il calorimetro in avanti (FCAL) è situato nella regione frontale ed estende l'accettanza geometrica a $\theta = 3.3°$. Durante il corso dell'esperimento, nel gennaio '97, sono stati evidenziati problemi nella calibrazione del calorimetro allora presente ed è stata presa la decisione di sostituirlo con un calorimetro nuovo (FCAL2). Quest'ultimo è composto da 144 blocchi di vetro al piombo di tre diverse dimensioni. La lunghezza dei blocchi è di 13, 14 o 21 lunghezze di radiazione, secondo il tipo di blocco. In direzione polare l'accettanza di FCAL2 si estende fino ad un massimo di $\theta = 11°$, sovrapponendosi parzialmente al calorimetro centrale.

  Sempre nella regione frontale, a 70 cm dalla zone di interazione, si trova uno scintillatore plastico (FCH) segmentato in 8 settori azimutali. Il suo segnale viene utilizzato nel trigger per scartare eventi con tracce cariche tra $\theta = 2°$ e $\theta = 10°$.

- **Il monitor di luminosità**

  Sotto al corpo centrale del rivelatore, a circa 1.5 m lungo l'asse y (fare riferimento alle fig.2.1 e 2.2), si trova un sistema di tre rivelatori al silicio, utilizzato per misurare la luminosità istantanea. La misura si basa sui processi d'urto elastici di $\bar{p}p$: dal numero di protoni di rinculo rivelati dal monitor e dalla sezione d'urto per il processo $\bar{p}p$ elastico, si ricava la luminosità istantanea con una incertezza del 3% circa. I tre rivelatori sono allineati lungo l'asse x e due di essi sono mobili. Dalle tre misure che essi forniscono si ricava anche un eventuale spostamento del fascio lungo l'asse x.

2.3.1 Il rivelatore a fibre scintillanti

Si tratta di un rivelatore di tipo nuovo nella fisica delle alte energie che unisce in sè i concetti di fibra ottica e di rivelatore a scintillazione[30, 31, 32, 33]. È dotato di elevata efficienza, ottima risoluzione spaziale e resistenza alle radiazioni. Il tempo rapido di risposta ne consente l'utilizzo nel trigger di 1^o livello.

Schema del rivelatore

Il rivelatore misura la coordinata θ delle tracce cariche tra $15°$ e $65°$ ed è composto da 2 cilindri concentrici di plexiglas che alloggiano complessivamente 860 fibre scintillanti. I cilindri distano dall'asse del fascio rispettivamente 14.4 cm e 15.06 cm. Ogni fibra descrive una spirale nel piano normale all'asse del cilindro e si sovrappone a sè stessa per un breve tratto, come è mostrato in fig.2.4. Per una ricostruzione esatta della posizione della traccia nello spazio, è necessario avere l'informazione proveniente da altri rivelatori sull'angolo ϕ della stessa.

Il corretto posizionamento delle fibre viene garantito alloggiandole in solchi scavati nei cilindri tramite macchine a controllo numerico. Le fibre scintillanti sono unite (mediante tecnica detta "splicing") a 4.3 m di fibre chiare che portano la luce a fotorivelatori a stato solido (VLPC: Visible Light Photon Counters[34]).

Per leggere i segnali provenienti dalle 860 fibre scintillanti sono stati utilizzati 144 chip di VLPC, ciascuno dei quali ha 8 pixel (vedi fig. 2.5). Il numero di pixel disponibili è maggiore del numero di fibre, in quanto 24 chip e alcuni canali dei restanti 120 chip non sono utilizzati per leggere il segnale e sono tenuti di riserva. I fotorivelatori sono raggruppati in 9 contenitori (cassette) tenuti alla temperatura costante di 6.5 K in un criostato ad elio liquido[35].

I segnali provenienti dai VLPC sono inviati a preamplificatori QPA02[36] e inviati a moduli progettati e costruiti presso la Sezione INFN di Ferrara. In tali moduli una piccola frazione del segnale analogico viene discriminato ed inviato a registri. Inoltre viene fatto l'OR del gruppo di questi segnali, ottenendo 19 segnali corrispondenti a 19 intervalli angolari in θ nei quali è suddiviso il rivelatore. Tali segnali vengono usati nel trigger di primo livello e sono anche letti tramite TDC. Il segnale analogico viene invece inviato a moduli ADC. Quest'ultima operazione consente di fare misure di $\frac{dE}{dx}$ e di avere uno strumento prezioso per separare tracce singole da tracce doppie.

Caratteristiche delle fibre e dei VLPC

Le fibre scintillanti sono fibre ottiche a cui sono stati aggiunti alcuni elementi droganti. Sono costituite da una parte centrale ("core") e da uno o più strati di rivestimento ("cladding") con indice di rifrazione minore del core, per intrappolare la luce all'interno della fibra. Le fibre del rivelatore di E835 sono di tipo multicladding, cioè hanno più rivestimenti con indici di rifrazione via via calanti. Il diametro del core misura 740 μm e il cladding ha uno spessore di 50 μm. Lo spettro di emissione luminosa ha un massimo per $\lambda = 530\ nm$. L'estremità delle fibre non collegata a fibre chiare è alluminizzata per aumentare la quantità di luce raccolta. Tutte le fibre, scintillanti e non, sono costruite dalla Kuraray[37].

La piccola quantità di luce prodotta nelle fibre richiede fotorivelatori ad elevata efficienza, come i VLPC. Questi dispositivi sono prodotti dalla Rockwell International e quelli utilizzati sono della cosiddetta generazione HISTE-V. Sono dotati di:

- efficienza quantica molto alta nel visibile (70% a $\lambda = 550\ nm$ contro il 15% dei tradizionali fototubi);
- elevato guadagno ($2 \div 6 \cdot 10^4$);
- resistenza a tasso elevato di sollecitazione (fino a $10^8\ fotoni/sec$ per il singolo VLPC).

Test dei VLPC e costruzione delle cassette

I chip sono montati su substrati di AlN, che realizzano i collegamenti elettrici, e incollati a supporti di materiale plastico per poter essere maneggiati. I chip sono stati sottoposti a procedura di caratterizzazione per determinarne efficienza quantica, guadagno e rumore in funzione di tensione di bias, temperatura e frequenza degli impulsi luminosi. I chip con caratteristiche simili sono stati inclusi nello stesso gruppo (i chip sono alimentati a gruppi di quattro, corrispondenti a 32 canali). La caratterizzazione è stata fatta in collaborazione con l'esperimento D0 a Fermilab. I VLPC sono stati testati utilizzando come sorgente luminosa un LED, a diverse frequenze ($1\ KHz \div 2\ MHz$), temperature ($6\ K \div 12\ K$) e tensioni di bias ($5.8\ V \div 6.6\ V$).

Lo spettro tipico dei VLPC è mostrato in fig.2.7, nella quale si vede chiaramente che segnali dovuti a numero diverso di fotoelettroni sono ben separati. Il primo picco è il picco di piedistallo.

Il 38% dei VLPC caratterizzati è stato scartato a causa di canali difettosi oppure di rottura delle connessioni elettriche.

I VLPC selezionati sono stati connessi alle fibre chiare attraverso appositi supporti in Torlon (vedi fig.2.6) ; nastri plastici contenenti cavi di rame sono stati saldati ai supporti dei VLPC per collegarli elettricamente alle schede di preamplificazione. Infine i chip a gruppi di 8 sono stati inseriti nelle cassette, che sono a tenuta del vuoto.

Anche le cassette assemblate sono state testate con LED, per evidenziare problemi sorti in seguito all'assemblaggio (ad esempio rottura delle fibre chiare interne alla cassetta) e testare la tenuta del vuoto.

Prestazioni del rivelatore

Il rivelatore a fibre scintillanti di E835, il primo del suo genere ad essere utilizzato in fase di presa dati, si è dimostrato pienamente all'altezza delle aspettative.

La causa principale di inefficienza si è rivelata il riscaldamento forzato (causato da interruzione di energia elettrica) del criostato contenente i VLPC: l'aumento rapido di temperatura ha provocato probabilmente la rottura delle connessioni elettriche tra i VLPC e i cavi di raccolta del segnale. Questa ipotesi potrà essere verificata dopo che il rivelatore sarà stato smontato. I canali persi durante oltre 1 anno di presa dati sono stati complessivamente circa 90 (su 860), con 4 di essi non funzionanti già all'inizio della presa dati.

Un segnale tipico di mip[5] corrisponde a 14 fotoelettroni circa e il corrispondente segnale, integrato dai moduli ADC, si può vedere in fig.2.8. Nella stessa figura si osserva anche il segnale proveniente da una traccia doppia, come verrà spiegato in seguito.

L'efficienza del rivelatore è stata valutata su eventi $\overline{p}p \to J/\psi \to e^+e^-$ e $\overline{p}p \to \psi' \to e^+e^-$ che essendo eventi a 2 corpi hanno una cinematica completamente determinata dall'identificazione di una traccia. Individuata una traccia quindi, si

[5] mip = particella al minimo di ionizzazione

può prevedere la direzione della seconda e misurare l'efficienza contando quante volte il rivelatore vede la seconda traccia. L'efficienza si mantiene superiore al 98% fino a $\theta < 40°$ circa e poi scende a causa della geometria del rivelatore: a grandi angoli si ha che la traccia attraversa un numero minore di fibre rispetto ai piccoli angoli e si hanno inefficienze dovute alla "discretezza" del rivelatore. Questo effetto, che è il motivo per cui il rivelatore è composto da 2 cilindri, è osservabile in fig.2.9.

Essendo il rivelatore a fibre quello con la migliore risoluzione nell'apparato di E835, solo la sua risoluzione intrinseca viene misurata. Dalla distribuzione di $\theta_{inner} - \theta_{outer}$, dove il pedice si riferisce ai cilindri interno ed esterno del rivelatore, si ricava una risoluzione di

$$\sigma_\theta = 0.7 \pm 0.1 \ mrad.$$

La carica prodotta dal passaggio di una traccia nel rivelatore, pur dipendendo da molte variabili, si dimostra piuttosto stabile (per maggiori dettagli vedere [32]), al pari di quella prodotta nei tradizionali odoscopi accoppiati a fototubi. Questo, insieme alla elevata risoluzione, si rivela molto utile per la soppressione del fondo. In fig.2.8, sovrapposto al segnale di traccia singola, compare il segnale di una doppia traccia. Il campione di doppie è selezionato chiedendo che la traccia formi la massa invariante del π^0 con un deposito di energia nel CCAL. Dalla figura si vede che quando la granularità del rivelatore non consente di separare tracce molto chiuse, si possono identificare le tracce doppie dal deposito di carica Q. Con un taglio a $Q \cdot sin(\theta) = 3$ si ha il 90% di efficienza nei confronti delle tracce singole con il 50% di reiezione del fondo.

Altra apprezzabile caratteristica del rivelatore a fibre è la risoluzione temporale: è stata misurata selezionando tracce che colpiscono più di una fibra e per le quali le fibre colpite vengono lette da TDC diversi. La risoluzione intrinseca, cioè la distribuzione divisa per $\sqrt{2}$ di $t_a - t_b$, risulta di

$$3.5 \ ns$$

ed è dominata dal tempo di emissione di luce da parte della fibra scintillante, che è di 8 ns.

2.4 Il trigger

Il trigger di E835[38] è suddiviso in due livelli:

- al primo livello viene eseguita una prima, rapida selezione degli eventi basata sui segnali di odoscopi, Čerenkov, calorimetro centrale e rivelatore a fibre;

- al secondo livello gli eventi dei canali e^+e^- e $\gamma\gamma$ sono sottoposti ad una prima analisi e il loro numero viene così ridotto prima che vengano scritti su nastro e/o disco; per i canali per cui non c'è pre-analisi, la riduzione della frequenza di eventi ad un livello tollerato dal sistema di acquisizione viene effettuata prescalando la registrazione dell'evento (ad esempio prescalare di un fattore 10 significa acquisire solo 1 evento ogni 10 eventi che passano il trigger di primo livello).

Questo paragrafo è dedicato esclusivamente al trigger di primo livello, che determina in modo essenziale la selezione degli eventi.

Il trigger si suddivide in due flussi paralleli, uno dedicato alla selezione degli eventi carichi (trigger carico) e l'altro degli eventi neutri (trigger neutro). Lo stadio finale delle selezioni è costituito dalle uscite di due moduli MLU[6], chiamati C_MLU e M_MLU. La C_MLU combina le logiche del trigger carico e le passa alla M_MLU. Questa a sua volta combina le logiche del trigger neutro e a delle uscite della C_MLU per ottenere il trigger completo di primo livello.

trigger carico

Il trigger carico è basato sulle seguenti logiche: topologia, coplanarità e molteplicità.

La topologia è l'insieme delle caratteristiche non cinematiche dell'evento, quali numero, tipo e carica delle tracce; definisce le tracce e le associa ad adroni (h) o elettroni (e) a seconda della presenza o meno del Čerenkov.

La coplanarità (COPL) serve per identificare decadimenti con 2 sole tracce nello stato finale. Viene realizzata dalla coincidenza di un elemento di H2 con uno dei 3 o 5 opposti in ϕ.

[6]MLU=Memory LookUp; è un modulo programmabile che realizza la combinazione logica di 16 ingressi in 8 uscite.

Infine vi è la molteplicità, che è anch'essa un criterio topologico essendo basata sul numero di tracce. A differenza della topologia non richiede la coincidenza di elementi allineati di H1 e H2, bensì solo un certo numero di elementi colpiti in H1 o H2.

La C_MLU ha gli ingressi e le uscite indicati in tab.2.1, dove compaiono, oltre alle logiche già descritte, FCH e FCAL che indicano rispettivamente segnale dall'odoscopio in avanti e dal calorimetro in avanti.

INPUT	
1	1e
2	2e
3	1h
4	2h
5	H2=2
6	H2>2
7	H2>4
8	H1>2
9	H1>4
10	COPL
11	FCH
12	FCAL
13	H1OR
14	H2OR
15	/
16	/

OUTPUT	
C_MLU1	$(2e) \star \overline{(H2 > 4)}$[7]$+$ $(1e) \star (2h) \star (H2 = 2) \star (COPL)$
C_MLU2	$(2e) \star (H2 = 2) \star (COPL) \star \overline{(FCH)}$
C_MLU3	$(2h) \star (COPL) \star \overline{(FCH)} \star \overline{(FCAL)}$
C_MLU4	$(2h) \star (H2 = 2) \star (COPL) \star \overline{(FCH)} \star \overline{(FCAL)}$
C_MLU5	$\overline{(1e)} \star (2h) \star (H2 = 2) \star (COPL)$
C_MLU6	/
C_MLU7	/
C_MLU8	/

Tabella 2.1: Input e Output per il modulo C_MLU.

Le uscite 1 e 2 della C_MLU sono dedicate agli eventi con e^+e^- nello stato finale, mentre le uscite 3 e 4 sono utilizzate rispettivamente per gli stati finali $\phi\phi$ e $\overline{p}p$. La logica 5 non è stata utilizzata.

[7] Questa logica è stata cambiata in $\overline{(H2 > 5)}$ durante il periodo di presa dati (a partire dal run 2034).

trigger neutro

Ha principalmente lo scopo di identificare grossi depositi di energia nel calorimetro centrale. I 1280 segnali provenienti dai blocchi del calorimetro non sono utilizzati singolarmente nel trigger, bensì a gruppi:

in ogni anello i 64 blocchi vengono suddivisi in 8 gruppi (super_wedge) contenenti 9 blocchi ciascuno (i super_wedge si sovrappongono tra loro), per un totale di 160 super_wedge. L'OR dei 160 segnali corrispondenti (PBG_OR) dà il segnale di temporizzazione di tutta l'acquisizione. I super_wedge adiacenti in direzione polare vengono raggruppati a gruppi di 5 in super_ring. L'intero CCAL risulta così suddiviso in 40 super_ring, ciascuno dei quali contiene 45 blocchi.

Le informazioni dai 40 settori vengono combinate in modo da avere l'energia totale depositata in ciascun ottante del CCAL. A questo punto si formano le logiche PBG_1, che richiede due depositi di energia in ottanti opposti in ϕ, e PBG_3, che richiede corrispondenza tra un ottante e uno dei 3 opposti in ϕ. Quest'ultima logica è quella utilizzata per eventi e^+e^- inclusivi come i decadimenti in esame in questa tesi. Altra logica basata sul calorimetro è ETOT: è verificata quando una data percentuale (es. 80%, 90%) dell'energia totale dell'evento calcolata in base all'impulso del fascio, è depositata nel CCAL.

Come già detto, le logiche neutre e quelle cariche si combinano nella M_MLU. Gli eventi $\overline{p}p \to \chi_{cJ} \to J/\psi + \gamma$ vengono selezionati con l'uscita 1 della M_MLU, chiamata anche trigger e^+e^-, che consiste in:

$$\begin{aligned} M\_MLU1 &= PBG3 \star C\_MLU1 + C\_MLU2 \\ &= (2e) \star \overline{(H2 > 4)} \star PBG3 \\ &+ (1e) \star (2h) \star (H2 = 2) \star (COPL) \star PBG3 \\ &+ (2e) \star (H2 = 2) \star (COPL) \star \overline{(FCH)}. \end{aligned} \tag{2.8}$$

dove vale la precisazione nella nota della pagina precedente.

Il trigger e^+e^- è composto dall'OR di 3 logiche: la prima è quella principale, la seconda serve come controllo dell'efficienza del Čerenkov (richiede la presenza di un solo elettrone) ed infine la terza controlla l'efficienza della logica PBG3.

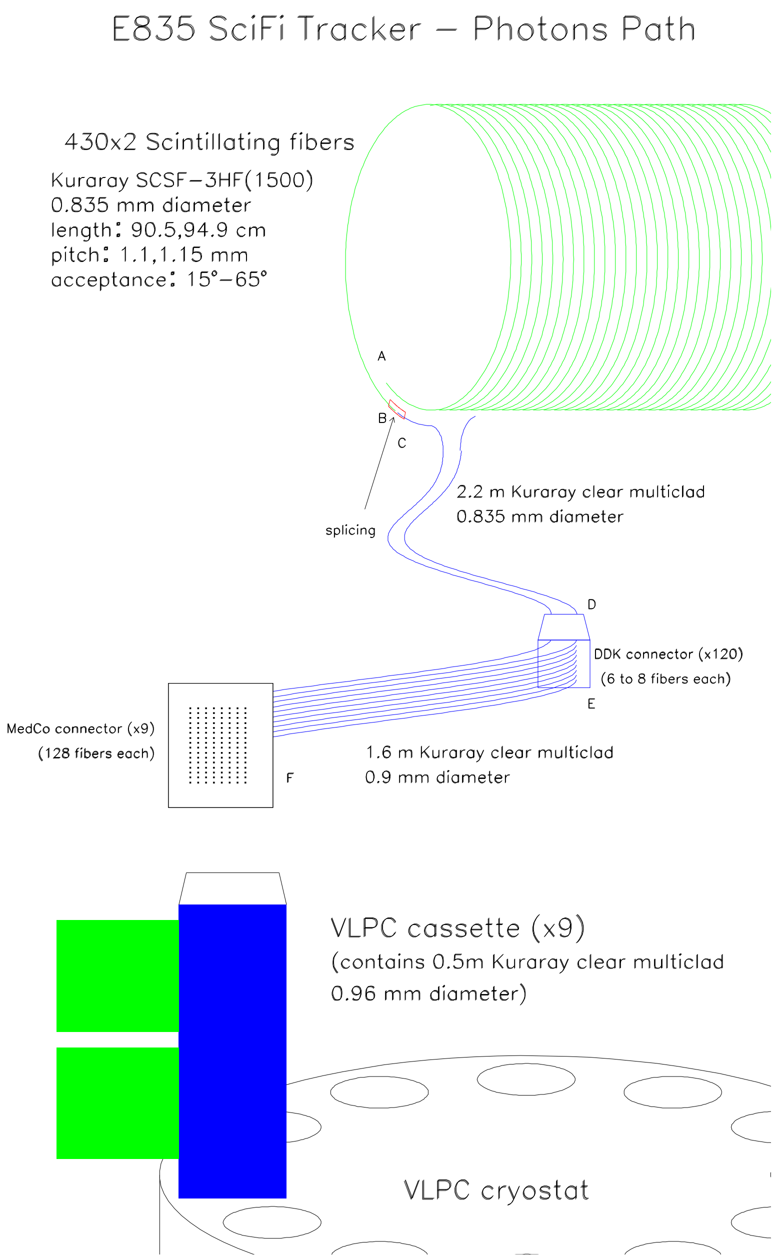

Figura 2.4: Schema del rivelatore di tracciamento a fibre scintillanti di E835.

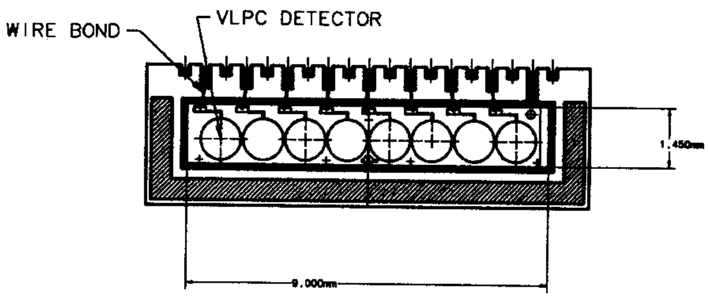

Figura 2.5: Schema di un chip contenente 8 fotorivelatori a stato solido (VLPC).

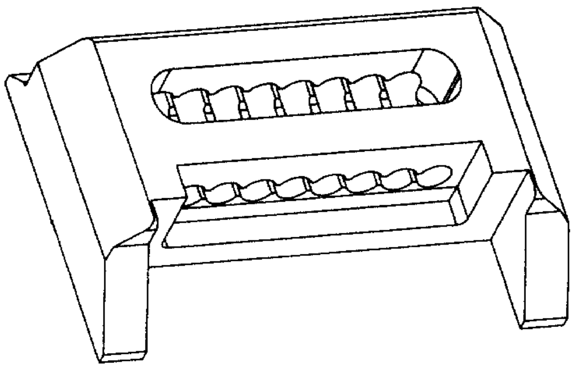

Figura 2.6: Supporto disegnato per connettere le fibre chiare agli 8 canali di un chip di VLPC.

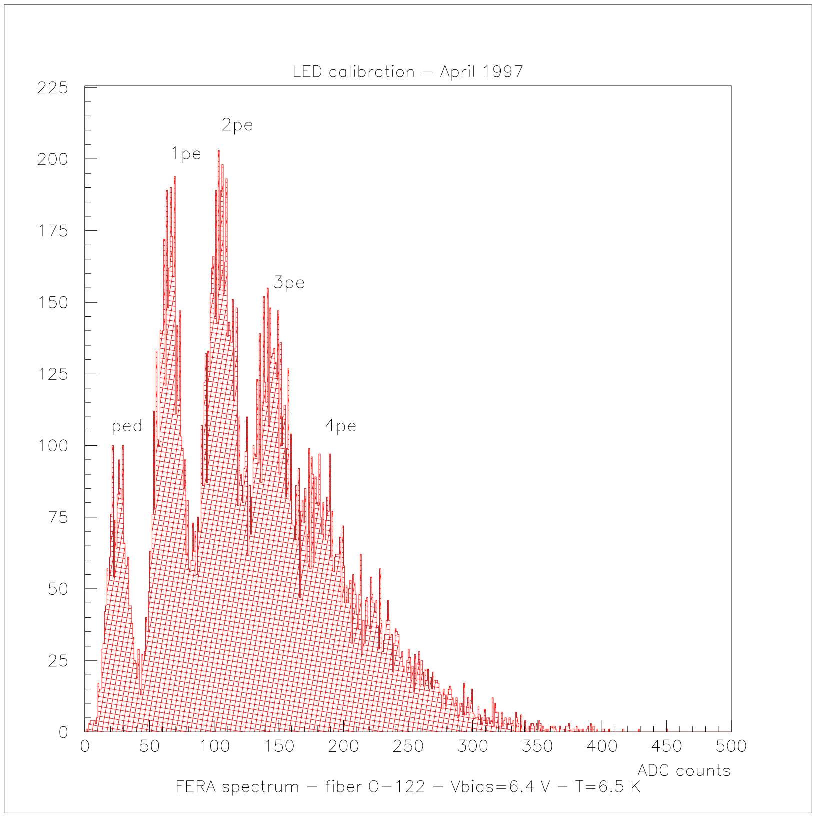

Figura 2.7: Tipico spettro di un VLPC impulsato con un LED.

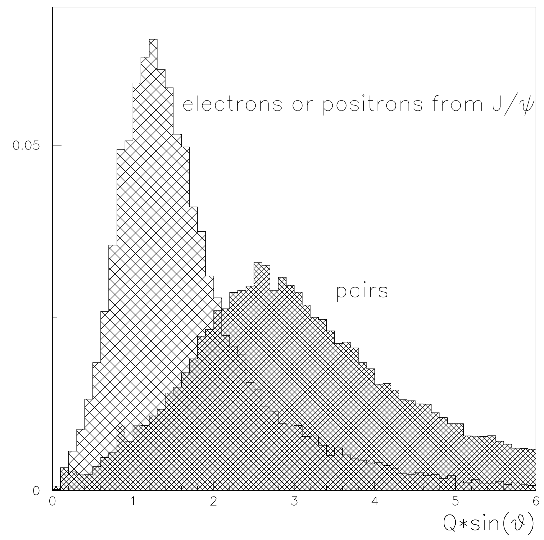

Figura 2.8: Segnale prodotto nel rivelatore a fibre da un traccia singola o doppia.

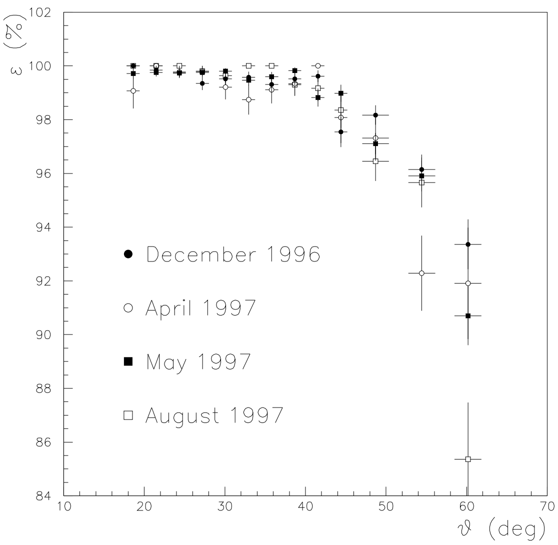

Figura 2.9: Efficienza del rivelatore a fibre scintillanti in funzione dell'angolo θ e del tempo.

Capitolo 3

La selezione degli eventi

3.1 I dati raccolti

L'esperimento E835 ha raccolto dati alle energie di formazione degli stati χ_{c1} e χ_{c2} (sett.96$\div$ sett.97), accumulando rispettivamente circa 7 pb^{-1} e 13 pb^{-1} di luminosità integrata.

I dati sono stati presi durante vari stack[1] e a varie energie nel centro di massa. In tab.3.1 si trova un elenco dei dati relativi agli stati $\chi_{c1,2}$.

Sono necessarie alcune precisazioni. I dati elencati in tabella sono stati presi generalmente a luminosità istantanee $\mathcal{L}$ di circa $1 \div 2 \cdot 10^{31}$ $cm^{-2}s^{-1}$, valori per cui l'apparato è in gradi di acquisire dati ad alta efficienza, ma durante lo stack 79 sono stati effettuati studi di luminosità con luminosità istantanee $\mathcal{L} = 1.8 \div 5.3 \cdot 10^{31}$ $cm^{-2}s^{-1}$, e quindi i dati dello stack 79 possono presentare alcuni problemi.

Un altro problema da segnalare è il cattivo funzionamento del trigger durante gli stack 20 e 21: a causa di una disfunzione dell'elettronica del calorimetro, non sono stati regolamente acquisiti gli eventi corrispondenti al super_ring[2] 4. Anche questo problema potrebbe tradursi in un'alterazione della distribuzione angolare.

[1]Stack si riferisce ad un fascio accumulato di antiprotoni e il significato viene esteso alla presa dati relativa a quel fascio. Dati di uno stesso stack sono quindi temporalmente vicini. Gli stack sono numerati in ordine cronologico.

[2]vedi 2.4 per la definizione di super_ring.

χ_{c1}		
STACK	E_{CM} (MeV)	L (pb^{-1})
19	3510.6±0.3	1.12±0.03
20	(3509.9÷3511.2)±0.3	0.45±0.01
21	(3509.2÷3511.8)±0.3	0.94±0.03
65	(3508.7÷3513.1)±0.3	2.26±0.07
74	3510.9±0.3	0.78±0.02
75	3510.9±0.3	1.15±0.03
79	3495.0±0.3	0.50±0.01
	L_{TOT} =	7.2±0.2

χ_{c2}		
STACK	E_{CM} (MeV)	L (pb^{-1})
3	3556.6±0.3	1.95±0.06
4	(3544.7÷3557.2)±0.3	3.3±0.1
9	3556.3±0.3	1.38±0.04
20	(3554.6÷3558.0)±0.3	2.10±0.06
38	(3555.6÷3556.2)±0.3	2.08±0.06
50	3555.8±0.3	0.99 ±0.03
79	3556.5±0.3	1.48±0.04
	L_{TOT} =	13.3 ±0.4

Tabella 3.1: Schema dei dati raccolti da E835 alle energie di formazione degli stati χ_{c1} e χ_{c2}.

3.2 La selezione scelta

La prima selezione degli eventi viene fatta a livello di trigger e produce una suddivisione dei dati secondo i vari stati finali, quali e^+e^-, $\gamma\gamma$, $\Phi\Phi$ o altro. I dati acquisiti col trigger e^+e^- sono scritti su nastro e una parte di essi, più selezionata, su disco. I dati su disco sono il punto di partenza dell'analisi descritta in questa tesi. Essi hanno passato la seguente selezione:

- trigger e^+e^-,
- $\exists$ coppia di tracce con massa invariante $M_{e^+e^-} > 2.2\ GeV$.

Come visto al capitolo 1, sono sufficienti 3 osservabili per definire completamente la cinematica dell'evento $\chi_{c1,2} \rightarrow J/\psi + \gamma \rightarrow e^+e^- + \gamma$, quindi non occorre che tutte e 3 le particelle finali siano rivelate; tuttavia è almeno necessario identificare i due elettroni se si vuole abbattere il fondo. Le possibili strade da percorrere per selezionare eventi sono quindi due: 1) richiedere la presenza dei 2 elettroni e ricostruire le osservabili $\{\theta, \theta', \phi'\}$ utilizzando solo le misure relative agli elettroni oppure 2) richiedere tutte e 3 le particelle finali e utilizzare le informazioni di tutte le tracce.

La mia scelta è stata di richiedere la presenza di tutte e tre le particelle finali entro l'accettanza, in modo da avere una migliore separazione tra segnale e fondo. A causa dei problemi del calorimetro in avanti descritti al cap.2, considero che l'accettanza sia definita dal solo calorimetro centrale.

La selezione che ho applicato è elencata qui di seguito ed è molto importante sottolineare che i criteri selettivi hanno più lo scopo di selezionare un campione pulito di eventi senza alterare la distribuzione in $\{\theta, \theta', \phi'\}$, che non quello di massimizzare l'efficienza nella selezione degli eventi buoni.

1) Almeno 3 e al massimo 5 cluster[3] nel CCAL

2) Massa invariante dei due cluster più energetici $> 2.4\ GeV$

3) Probabilità del fit cinematico 5C $> 10^{-4}$

4) e^+, e^-, γ entro il CCAL, con energia $> 200\ MeV$ e "in tempo"

5) Al massimo un extra-cluster "in tempo"

6) Masse invarianti $(e, \gamma) > 200\ MeV$

7) $\theta_e \in [15°, 60°]$ e $\theta_\gamma \in [12°, 68°]$

8) $|cos(\theta')| < 0.95$

Discuto brevemente le motivazioni di questa selezione. Si richiedono almeno 3 tracce, volendo l'evento completo, ma si consente che vi siano extra-cluster, dovuti principalmente a due fenomeni: 1) il "pile-up", cioè l'inclusione in un evento di

[3]Cluster è il nome usato per indicare un deposito di energia nel calorimetro. A meno di imperfetta ricostruzione dell'evento da parte del software del calorimetro, corrisponde al rilascio di energia da parte di una particella.

tracce provenienti da eventi diversi, antecedenti o successivi nel tempo; 2) emissione di fotoni di Bremsstrahlung per interazione tra gli elettroni ed il materiale presente. Per combattere il pile-up, a ciascuna traccia viene associato un tempo, che può rientrare o no nella finestra temporale associata all'evento. La traccia viene detta "in tempo", quando rientra nella finestra temporale dell'evento, "fuori tempo" quando non vi rientra e "indeterminata" quando non è possibile alcuna delle identificazioni precedenti. Per le 3 tracce identificate come e^+, e^-, γ, si richiede che siano "in tempo" mentre per gli extra-cluster si richiede siano "fuori tempo" o "indeterminati". Per tenere conto della possibile presenza di fotoni di Bremsstrahlung, si accetta fino ad un extra-cluster "in tempo".

Gli elettroni vengono identificati come le tracce più energetiche nell'evento. Ho scelto questo criterio, insieme al taglio (3), per identificare gli elettroni, in alternativa all'uso dell'EW[4] o della richiesta di un segnale nel sistema di tracciamento interno, perchè è molto più semplice studiare l'effetto di questo criterio sulla distribuzione angolare che non quello degli altri metodi di identificazione.

Se si prendono in esame gli eventi con 1 extra-cluster in tempo, si osserva che effettivamente la direzione in θ di tale cluster è in relazione con quella degli elettroni, come ci si aspetta in base all'ipotesi di Bremsstrahlung. Assumendo che l'elettrone che ha emesso l'extra-cluster sia quello ad esso più vicino in θ, si ottiene la distribuzione di $\theta_{elec} - \theta_{extra-cluster}$ mostrata in fig.3.1. L'extra-cluster risulta associato all'elettrone più energetico nel 70% dei casi. La probabilità che un elettrone dell'evento emetta un fotone di Bremsstrahlung risulta essere del $7.6 \pm 0.3\%$ per l'elettrone più energetico e del $3.3 \pm 0.2\%$ per l'elettrone meno energetico. Complessivamente la probabilità di avere un fotone di Bremsstrahlung per gli eventi di $\chi_{c2} \to J/\psi + \gamma$ è

$$P_{(1\ Brems.)} = 10.9 \pm 0.4\% \tag{3.1}$$

mentre la probabilità che entrambi gli elettroni emettano un γ è solo

$$P_{(2\ Brems.)} = 0.25 \pm 0.02\%. \tag{3.2}$$

[4] L'EW (Electron Weight)[39] è un peso calcolato per ciascuna traccia, che dà la probabilità che si tratti di un elettrone. È basato sulle informazioni di vari rivelatori, quali l'ampiezza di segnale nel Čerenkov, negli odoscopi e la struttura del cluster nel calorimetro.

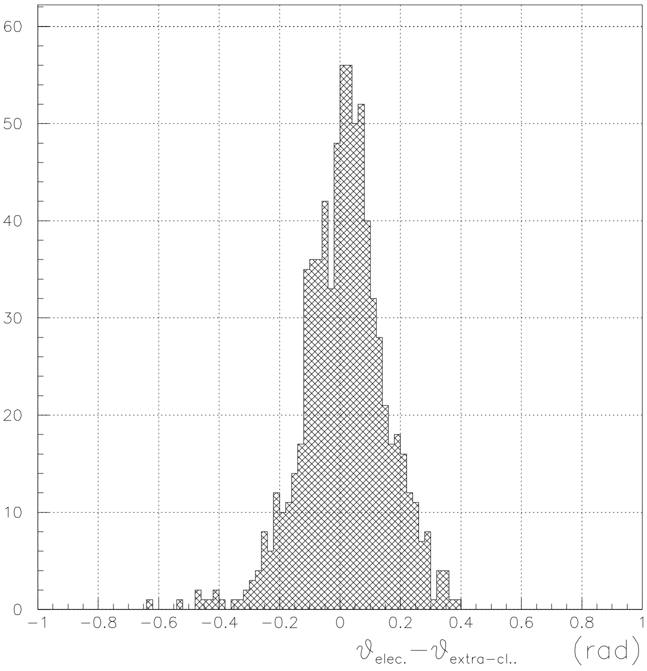

Figura 3.1: Differenza in θ per l'extra-cluster in tempo e un elettrone dell'evento. Come elettrone si è scelto quello più vicino in θ alla traccia dell'extra-cluster.

Il fotone viene identificato attraverso un fit cinematico (vedi appendice 3). La probabilità del fit è la probabilità di χ^2 dell'ipotesi descritta dalle equazioni di vincolo (conservazione del quadri-impulso e $M_{e^+e^-} = M_{J/\psi}$). Una volta identificate le tracce di e^+ e e^-, si assume che il fotone del decadimento radiativo della $\chi_{c1,2}$ corrisponda ad una delle rimanenti tracce e si esegue il fit cinematico alle tracce di e^+, e^- e γ. Ognuna delle tracce non già identificate come e^+ o e^- viene di volta in volta assunta come possibile fotone. La traccia con la quale si ottiene il miglior fit cinematico (cioè quello con la probabilità di χ^2 migliore), viene identificata con il fotone, e si richiede che sia "in tempo", come anche gli elettroni. Si richiede anche che la probabilità del fit sia superiore a 0.01%. In fig.3.2 sono mostrate le distribuzioni di probabilità $P(\chi^2)$ per eventi di χ_{c2} e χ_{c1}.

I tagli sulla massa invariante $M_{e^+e^-}, M_{e^\pm\gamma}$ e sull'energia dei cluster sono mirati all'abbassamento del fondo. In particolare $M_{e^\pm\gamma} > 200\ MeV$ consente di scartare parte del fondo con π^0 ($M_{\pi^0} \simeq 135\ MeV$). Va precisato che $M_{e^\pm\gamma} > 200\ MeV$

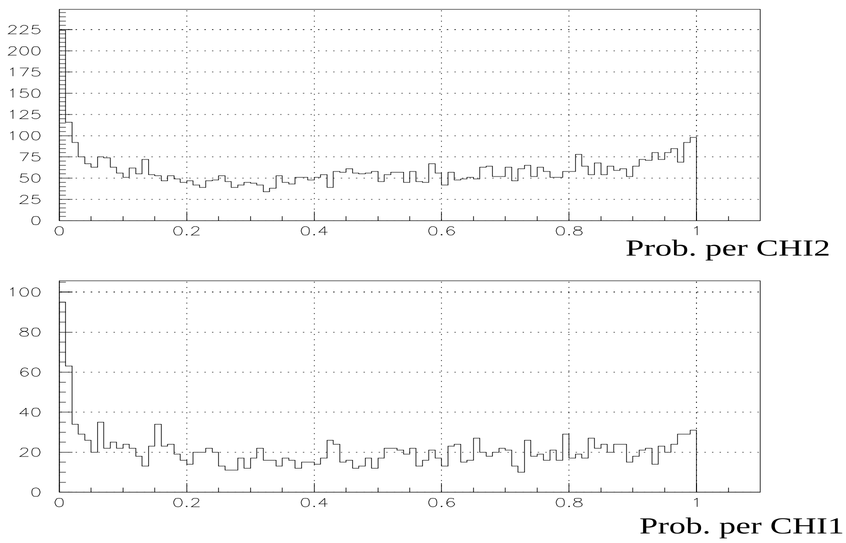

Figura 3.2: Distribuzioni di probabilità P(χ^2) per eventi selezionati di χ_{c2} e χ_{c1}.

viene richiesto solo per le combinazioni di massa invariante degli elettroni con la traccia identificata come γ del decadimento radiativo; questo taglio non riguarda gli eventuali extra-cluster poichè eliminerebbe gli eventi con 1 fotone di Bremsstrahlung, poichè la massa invariante del fotone di Brems. con l'elettrone che lo emette è piccola. In fig.3.3 si osservano sia $M^2_{e_1 extra-cl.}\%M^2_{e_2 extra-cl.}$ per eventi con un extra-cluster in tempo, sia $M_{e_1\gamma}\%M_{e_2\gamma}$ per gli stessi eventi. Come si vede, le masse invarianti col fotone danno la tipica banda del diagramma di Dalitz in presenza di una risonanza, mentre le masse invarianti con l'extra-cluster danno valori molto piccoli concentrati in 2 bande lungo gli assi.

Infine i tagli sugli angoli delle tracce nel laboratorio servono per richiedere le tracce entro il CCAL e definire una regione ben delimitata nello spazio $\{\theta,\theta',\phi'\}$. Il taglio (8) esclude la regione $cos(\theta')\simeq\pm1$, che corrisponde al caso in cui il fotone e gli elettroni sono collineari e questo causa inefficienza nell'identificazione dell'evento.

Data la ridondanza di osservabili ($\{E,\theta,\phi\}$ nel sistema di riferimento del laboratorio) non esiste un modo unico di ricavare gli angoli $\{\theta,\theta',\phi'\}$. Il metodo da me adottato consiste nell'utilizzare le informazioni di tutte le tracce attraverso il fit cinematico e ricavare gli angoli $\{\theta,\theta',\phi'\}$ tramite le formule descritte in appendice 2, dove le variabili misurate sono sostituite da quelle fornite dal fit. Il fit cinematico

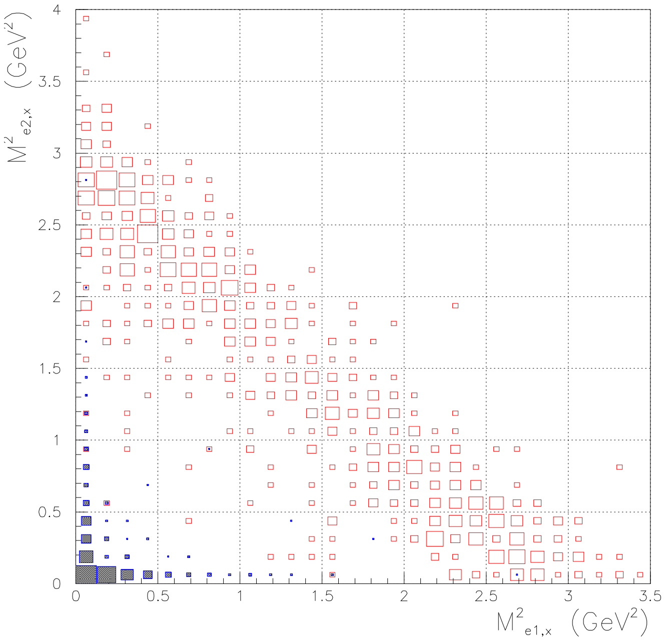

Figura 3.3: Diagramma di Dalitz per eventi di χ_{c2} con un extra-cluster in tempo. La banda in area liscia corrisponde a $M_{e_1\gamma}\%M_{e_2\gamma}$, mentre i dati in area tratteggiata corrispondono a $M^2_{e_1 extra-cl.}\%M^2_{e_2 extra-cl.}$.

utilizza tutte le misure pesandole in modo diverso secondo gli errori da cui sono affette.

Gli eventi selezionati sono 6028 alla χ_{c2} e 2144 alla χ_{c1}, corrispondenti rispettivamente a luminosità integrate $L_{\chi_{c2}} = 11.2 \pm 0.3\ pb^{-1}$ e $L_{\chi_{c1}} = 5.8 \pm 0.2\ pb^{-1}$. Ricordo che rispetto ai dati di tabella 3.1 sono stati tolti lo stack 20 alla χ_{c2} e gli stack 20 e 21 alla χ_{c1} per problema al trigger durante la presa dati.

I dati selezionati mostrano le distribuzioni di fig.3.4, dove sono riportate le proiezioni della distribuzione angolare sulle 3 variabili angolari. Sovrapposte alle distribuzioni dei dati sono riportate anche quelle del fondo stimato, in area ombreggiata. La stima di tale fondo viene descritta al par.3.4.

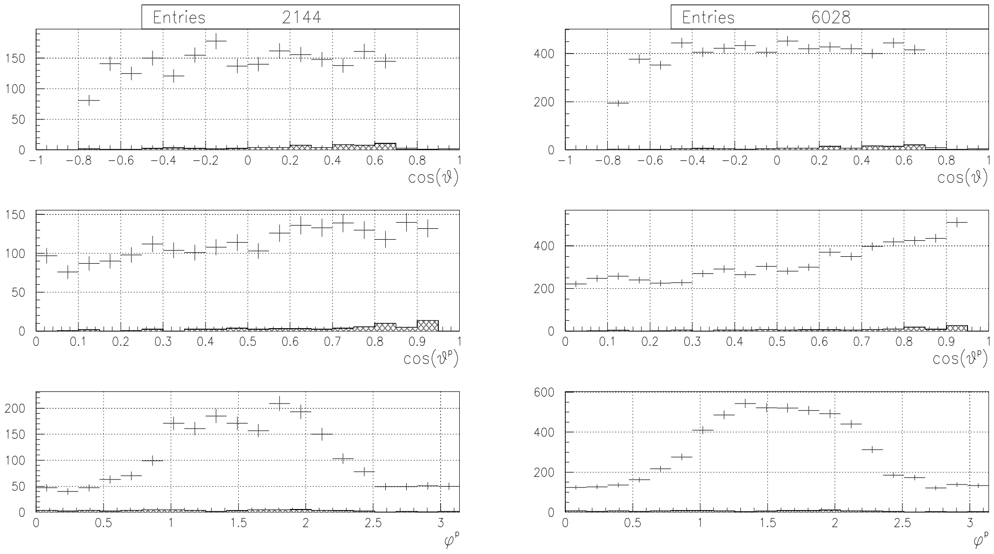

Figura 3.4: Proiezioni della distribuzione angolare sulle tre variabili θ, θ', ϕ' per eventi di χ_{c1} (sinistra) e χ_{c2} (destra). L'area ombreggiata rappresenta una stima del fondo.

3.3 Calcolo di efficienza

Nello studio della distribuzione angolare è molto importante conoscere l'efficienza del trigger (ε_{trig}), l'accettanza geometrica (ε_{geom}) ed eventuali inefficienze del rivelatore, in funzione degli angoli $\{\theta, \theta', \phi'\}$, per effettuare correttamente i fit con cui si ricavano i parametri della distribuzione angolare. Questo sarà più chiaro nel cap.4, dove mostrerò il metodo di fit alla distribuzione angolare. Nei successivi paragrafi descrivo il calcolo delle efficienze e la loro dipendenza dagli angoli $\{\theta, \theta', \phi'\}$.

3.3.1 Efficienza del trigger

Il trigger è composto da un OR di 3 condizioni diverse: oltre a quella principale ve ne sono due di controllo per monitorare eventuali inefficienze di Čerenkov e calorimetro. Le 3 condizioni del trigger e^+e^- sono:

$$\begin{array}{lcr} T1 & : & (2e) \star \overline{(H2 > 4)} \star PBG3+ \\ T2 & : & (1e) \star (2h) \star (H2 = 2) \star (COPL) \star PBG3+ \\ T3 & : & (2e) \star (H2 = 2) \star (COPL) \star \overline{(FCH)}. \end{array}$$

T1 è il trigger di base, che richiede il Čerenkov per entrambi gli elettroni ed il segnale nel calorimetro con una condizione molto larga sulla cinematica, definita da PBG3. La condizione T2 richiede un solo elettrone e studia eventuali inefficienze del Čerenkov. La condizione T3 invece, escludendo PBG3, studia inefficienze del CCAL. Sia T2 che T3 hanno richieste cinematiche più stringenti di T1 ($(H2 = 2) \cdot (COPL)$).

Le logiche che intendo controllare, sono $(2e)$, $(H2 = 2) \cdot (COPL)$ e $(PBG3)$, perchè mi aspetto che le logiche $\overline{(H2 > 4)}$ e $\overline{(FCH)}$ abbiano inefficienze trascurabili per eventi con 3 sole tracce nello stato finale.

Per studiare l'efficienza del Čerenkov prendo gli eventi che soddisfano T2 e vedo quanti di essi soddisfano anche la logica $(2e)$. Analogo è il metodo per studiare l'efficienza di $(H2 = 2) \cdot (COPL)$ e $(PBG3)$, richiedendo la logica che si vuole studiare su eventi che sono stati precedentemente selezionati senza tale logica.

In fig.3.5 è mostrata l'efficienza della logica $(PBG3)$ per lo stack 20 (a $E_{CM} = M_{\chi_{c2}}$) e per tutti gli altri stack relativi allo stato χ_{c2}, raggruppati insieme. Come si poteva prevedere, lo stack 20 presenta un'efficienza minore e disomogenea nella distribuzione angolare, quindi i dati di questo stack non saranno usati per l'analisi finale. L'efficienza di $(PBG3)$ per lo stack 20 risulta $\varepsilon = 0.72 \pm 0.05$, mentre per gli altri eventi risulta $\varepsilon = 1.00 \pm 0.03$.

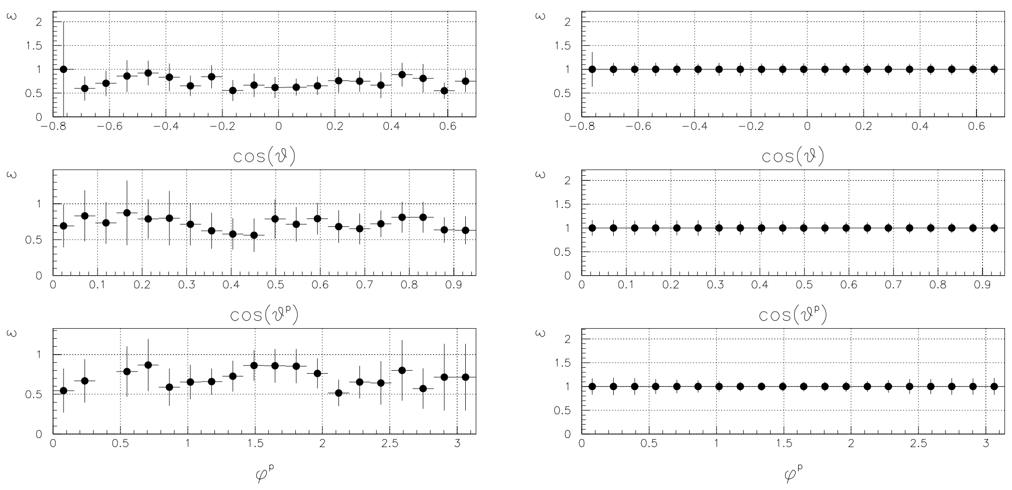

Figura 3.5: Efficienza della logica PBG3 per gli eventi di χ_{c2} dello stack 20 (sinistra) e degli altri stack (destra).

Nella fig.3.6 viene mostrata l'efficienza delle logiche $(H2 = 2) \cdot (COPL)$ e $(2e)$. Mentre le logiche $(PBG3)$ e $(2e)$ non introducono distorsioni apprezzabili della distribuzione angolare, lo stesso non si può dire per $(H2 = 2) \cdot (COPL)$, la cui efficienza varia fino al 15% in funzione degli angoli. Tuttavia gli eventi selezionati dai sotto-trigger T2 e T3, che richiedono la logica $(H2 = 2) \cdot (COPL)$, sono il 4.0% del totale e considero trascurabile l'errore che introduco utilizzando nell'analisi questi eventi senza correggerli per l'inefficienza di $(H2 = 2) \cdot (COPL)$.

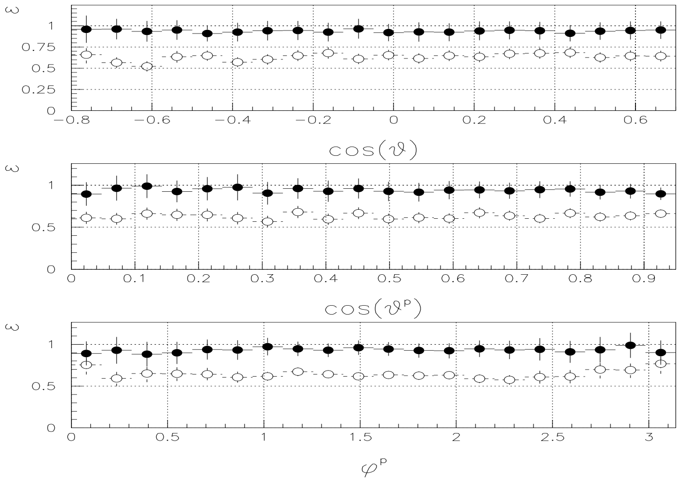

Figura 3.6: Efficienza delle logiche (2e) (cerchi pieni) e $(H2 = 2) \cdot (COPL)$ (cerchi vuoti) per gli eventi di χ_{c2}.

Infine in tab.3.2 sono riassunte le efficienze medie per le varie logiche e per i sotto-trigger T1, T2 e T3. Dai dati di tab.3.2, utilizzando la formula

LOGICA	ε	TRIGGER	ε
PBG3	1.00 ± 0.03	T1	0.94 ± 0.02
$H2 = 2 \cdot COPL$	0.63 ± 0.01	T2	0.56 ± 0.01
2e	0.94 ± 0.02	T3	0.53 ± 0.01

Tabella 3.2: Efficienze delle logiche del trigger e^+e^- calcolata su eventi di χ_{c2}. Per la logica PBG3 sono stati scartati gli eventi dello stack 20.

$$\varepsilon_{TOT} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1\varepsilon_2 - \varepsilon_1\varepsilon_3 - \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 \tag{3.3}$$

che dà l'efficienza globale di tre selezioni indipendenti, si ottiene $\varepsilon_{trig} = 98 \pm 3\%$. Tuttavia non si è tenuto conto della correlazione tra le varie logiche T1, T2 e T3, quindi i dati di tab.3.2 non corrispondono alla vera efficienza del trigger e^+e^-. Una stima più corretta si può trovare in [40] e dà $\varepsilon_{trig} \simeq 90\%$.

Si può concludere che, escludendo dall'analisi gli stack 20 per lo stato χ_{c2} e gli stack 20 e 21 per lo stato χ_{c1}, non è necessario introdurre correzioni dovute a dipendenza di ε_{trig} dalla distribuzione angolare.

3.3.2 Efficienza dell'analisi

L'effetto dell'analisi è stato studiato con il metodo Monte Carlo, simulando eventi $\chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma \to e^+e^- + \gamma$ con distribuzione analoga a quella dei dati reali nelle 3 variabili $\{\theta, \theta', \phi'\}$ (ricavata dai fit finali ai dati) e sottoponendoli all'analisi applicata ai dati reali. Sugli eventi generati un apposito programma[41] riproduce la risposta dei singoli rivelatori e genera dati che hanno struttura del tutto analoga a quella dei dati veri e sui quali si può applicare la stessa analisi. Le proiezioni per gli eventi generati che passano la selezione sono mostrate in fig.3.7.

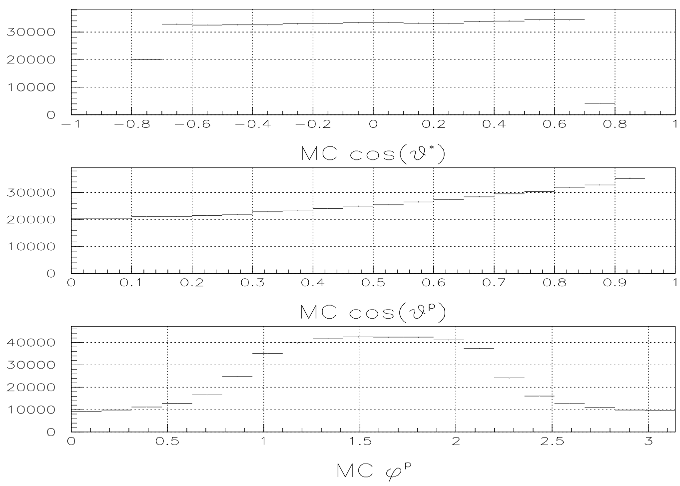

Figura 3.7: Distribuzione angolare degli eventi entro l'accettanza geometrica definita dalla selezione. Sono stati usati eventi simulati con metodo Montecarlo.

L'accettanza alle energie degli stati $\chi_{c1,2}$, calcolata su $3 \cdot 10^4$ eventi generati, risulta essere:

$$\varepsilon_{geom}(\chi_{c1}) = 42.5 \pm 0.4\%, \qquad \varepsilon_{geom}(\chi_{c2}) = 46.0 \pm 0.5\%.$$

Con i dati simulati non è stato possibile valutare anche l'efficienza di tagli quali il limite sul numero di extra-cluster "in tempo", la richiesta che gli elettroni e il fotone siano "in tempo", il taglio sulla probabilità di χ^2 del fit cinematico. L'efficienza di questi tagli è stata valutata sui dati reali. Il taglio che riguarda gli extra-cluster è, in linea di principio, del tutto scorrelato dalle caratteristiche dell'evento se l'origine dell'extra-cluster è il fenomeno del pile-up. Ci si aspetta invece una correlazione tra la direzione degli elettroni e quella degli extra-cluster se questi sono emessi per Bremsstrahlung dagli elettroni stessi. Tuttavia la probabilità che entrambi gli elettroni emettano un fotone, e che di conseguenza la richiesta di un solo extra-cluster "in tempo" causi inefficienza, è trascurabile, come attesta l'eq.3.2.

Ci si aspetta che anche la richiesta che le 3 tracce dell'evento siano "in tempo" non abbia correlazione con la distribuzione angolare. Per il taglio (3) del par.3.2 invece potrebbe esserci una relazione, poichè il fit dipende dagli errori da cui sono affette le variabili, che dipendono a loro volta dalla direzione della traccia.

Con una selezione diversa da quella descritta nel par.3.2, nella quale i tagli (3) e (5) sono sostituiti da un taglio sull'EW ($EW(e^+) \cdot EW(e^-) > 1.5$), ho ottenuto un campione pulito di eventi $\chi_{c2} \to J/\psi + \gamma \to e^+e^- + \gamma$ sui quali ho valutato l'efficienza dei tagli (3) e (5) in funzione della distribuzione angolare. In fig.3.8 è riportata tale efficienza, che mediata su tutti gli eventi risulta essere $\varepsilon = 0.97 \pm 0.02$. Come si vede, questi due tagli hanno efficienza molto alta e non introducono deformazioni della distribuzione angolare.

Se viceversa si testa l'efficienza del taglio EW su eventi selezionati utilizzando i tagli del par.3.2, si ottiene l'efficienza mostrata in fig.3.9, che risulta essere $\varepsilon_{EW} = 0.89 \pm 0.02$. La minore efficienza del taglio con EW su un campione già pulito si spiega in gran parte col fatto che l'EW taglia gli eventi in cui il Čerenkov non è stato pienamente efficiente rispetto ad almeno una delle due tracce, eventi che invece non sono eliminati dalla selezione adottata in questa tesi. Inoltre occorre precisare che l'efficienza del taglio su EW dipende dalla soglia che si impone al prodotto

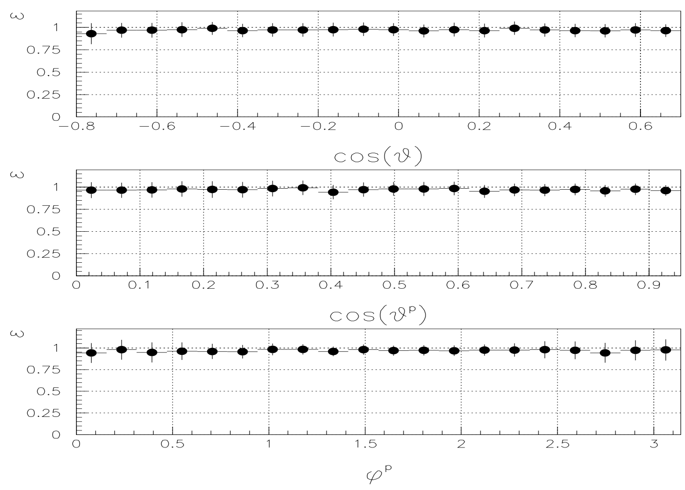

Figura 3.8: Efficienza della richiesta di 3 tracce "in tempo" con Prob(fit 5C)$> 10^{-4}$ su eventi selezionati con EW.

$EW(e^+) \cdot EW(e^-)$.

Riassumendo i risultati del presente paragrafo e di quello precedente, si può concludere nè il trigger e^+e^- nè l'analisi, per quanto è stato possibile verificare, introducono efficienze dipendenti dagli angoli $\{\theta, \theta', \phi'\}$ sugli eventi inclusi nell'accettanza geometrica. Questo comporta una semplificazione nello studio della distribuzione angolare poichè, come si vedrà meglio nel prossimo capitolo, le efficienze non dipendenti da Ω possono essere trascurate nell'eseguire il fit ai dati. Infatti, al fine di studiare una distribuzione angolare, non è necessario conoscere l'efficienza assoluta dell'analisi, bensì solo quella relativa tra i vari dati.

Per quanto riguarda l'accettanza geometrica ε_{geom} invece, occorrerà tenerne conto nei fit. Anche in questo caso, tuttavia, c'è una semplificazione: $\varepsilon_{geom}(\Omega)$ assume solamente i seguenti valori:

$$\varepsilon_{geom}(\Omega) = 0, 1 \qquad\qquad (\Omega = \{\theta, \theta', \phi'\}) \tag{3.4}$$

in quanto $\varepsilon_{geom} = 1$ per ogni evento che è dentro l'intervallo di accettanza e $\varepsilon_{geom} = 0$ per gli eventi che non lo sono.

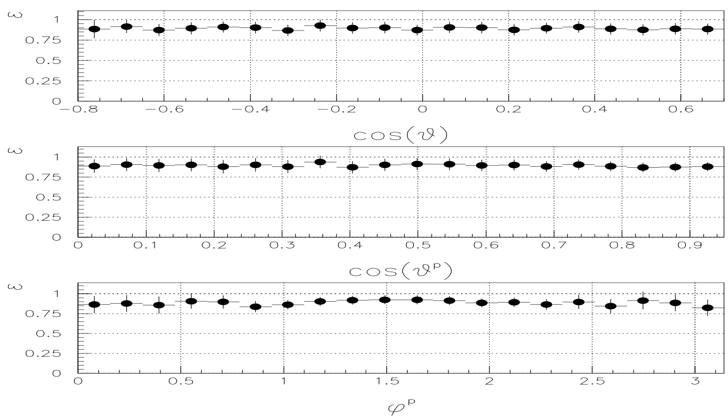

Figura 3.9: Efficienza del taglio $EW(e^+) \cdot EW(e^-) > 1.5$.

3.4 Stima del fondo

In analogia a quanto detto per la selezione degli eventi buoni, anche nella reiezione del fondo è importante non introdurre distorsioni nella distribuzione angolare, quindi occorre avere un fondo con distribuzione omogenea oppure un fondo trascurabile rispetto alle fluttuazioni statistiche.

Lo studio del fondo è stato fatto utilizzando dati dedicati alla ricerca dello stato η_c' del charmonio. I dati utilizzati sono elencati in tab.3.3.

fondo		
STACK	E_{CM} (MeV)	L (pb^{-1})
6	3635.2±0.3	1.41±0.04
7	3629.7±0.3	1.62±0.05
69	3633.4±0.3	2.57±0.08
77	3633.1±0.3	2.01±0.06
L_{TOT} =		7.6±0.2

Tabella 3.3: Schema dei dati utilizzati per lo studio del fondo.

Dato che il campione si trova rispettivamente a ~ 280 e ~ 77 semilarghezze dagli stati χ_{c1} ($\Gamma_{\chi_{c1}} = 0.88 \pm 0.14\ MeV$) e χ_{c2} ($\Gamma_{\chi_{c2}} = 2.00 \pm 0.18\ MeV$), non ci si aspetta di trovare segnali veri dovuti a code della risonanza. Infatti la sezione d'urto per il processo risonante, descritta dalla funzione di Breit-Wigner, ha un andamento che va come

$$\sigma(E) \propto \frac{\Gamma_\chi^2}{(E - M_\chi)^2 + \Gamma_\chi^2/4}$$

e quindi per la χ_{c1} è soppressa di $7 \cdot 10^{-5}$ e per la χ_{c2} di $2 \cdot 10^{-4}$.

Sottoponendo il campione all'analisi e scalando gli eventi trovati per la luminosità integrata relativa ai dati alle energie di χ_{c1} e χ_{c2}, si è valutato un fondo pari a 2% nel canale $\chi_{c2} \to J/\psi + \gamma$ e 3% nel canale $\chi_{c1} \to J/\psi + \gamma$. Il fondo stimato è riportato in fig.3.4, sovrapposto ai dati di χ_{c1} e χ_{c2}.

3.5 Compatibilità dei campioni di dati

I dati sperimentali sono acquisiti durante vari periodi distribuiti nell'arco di circa un anno. Le condizioni del rivelatore e del sistema di acquisizione si possono considerare stabili nell'ambito di uno stack (che ha durata di qualche giorno), ma lo stesso non si può dire riferendosi a stack diversi.

Per questo, i dati raccolti durante stack distinti sono stati confrontati tra loro per studiarne la compatibilità. Eventuali problemi che possono aver alterato la distribuzione angolare degli eventi acquisiti, dovrebbero essere messi in evidenza da questo studio.

Il confronto è stato eseguito sulle distribuzioni angolari mediante il test di Kolmogorov[42]. Si tratta di un test che si esegue su distribuzioni non binnate (cioè senza disporre i dati in istogrammi) e unidimensionali. Per confrontare 2 set di dati, $\{X_i\}_{i=1,\dots,N}$ e $\{Y_i\}_{i=1,\dots,M}$ ordinati in maniera crescente, si ricavano innanzitutto le funzioni discontinue $S_N(x)$ e $S_M(x)$ così definite:

$$S_N(x) = \begin{cases} 0 & x < X_1 \\ i/N \quad per & X_i \le x \le X_{i+1}, \quad i = 1, \dots, N \\ 1 & x > X_N \end{cases} \tag{3.5}$$

Il parametro del test è la massima deviazione tra le distribuzioni $S_N(x)$ e $S_M(x)$:

$$D_{MN} = max_x \left| S_N(x) - S_M(x) \right|. \tag{3.6}$$

La risposta del test è la probabilità $P(D_{MN})$ che due distribuzioni simili diano un valore di D_{MN} maggiore o uguale a quello trovato. Per distribuzioni compatibili, cioè che seguono la stessa distribuzione teorica, $P(D_{MN})$ è distribuita uniformemente tra 0 e 1.

La distribuzione angolare dei campioni è stata proiettata su 3 distribuzioni unidimensionali, quindi per confrontare 2 campioni sono stati eseguiti 3 test di Kolmogorov. Chiamerò $P(D_{MN}, cos(\theta))$, $P(D_{MN}, cos(\theta'))$ e $P(D_{MN}, \phi')$ le relative probabilità.

Prima di effettuare il test sui dati, ho utilizzato il test per confrontare distribuzioni generate con metodo Montecarlo, e la proiezione più sensibile alle variazioni dei parametri B_0^2 e a_2 della distribuzione angolare risulta essere quella su $cos(\theta')$. Come esempio mostro la distribuzione di $P(D_{MN}, cos(\theta'))$ ottenuta confrontando sei campioni generati con ($B_0^2 = 0.0, a_2 = -0.2$), con sei campioni che seguono la distribuzione con ($B_0^2 = 0.3, a_2 = 0.0$). I valori di $P(D_{MN}, cos(\theta'))$ sono $6 \times 6 = 36$. Ogni campione contiene circa 2500 eventi. Come si vede dalla fig.3.10, la distribuzione è piccata su zero.

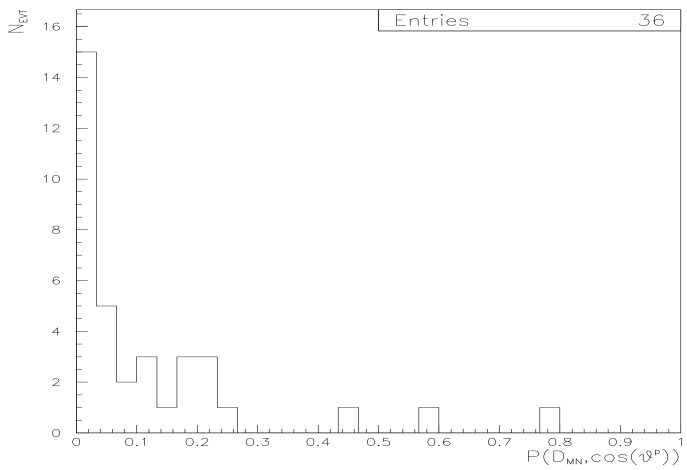

Figura 3.10: Probabilità di compatibilità dal test di Kolmogorov di campioni Montecarlo generati con parametri diversi. Il confronto è stato fatto sulle distribuzioni in $cos(\theta')$.

Test per χ_{c2}

Per quanto riguarda il test sui dati veri, ho considerato i dati provenienti dallo stesso stack come un campione unico. Un ulteriore campione è costituito dai dati raccolti dall'esperimento E760. Il confronto con i dati di E760 è reso possibile dal fatto che per entrambi gli esperimenti è stata effettuata una selezione sui dati molto simile[11].

Gli stack sono 7 e insieme ai dati di E760 ho un totale di 8 campioni (C_i, $i = 1, \ldots, 8$). Per ciascun campione C_i ho confrontato C_i con C_j, $i \neq j$, eseguendo così 7 test per ogni campione. La distribuzione delle 7 $P(D_{MN}, cos(\theta'))$ ottenute per ciascuno degli 8 campioni è mostrata in fig.3.11. Nei limiti della bassa statistica a disposizione si può dire che non vi sono campioni che mostrano distribuzioni piccate sullo zero.

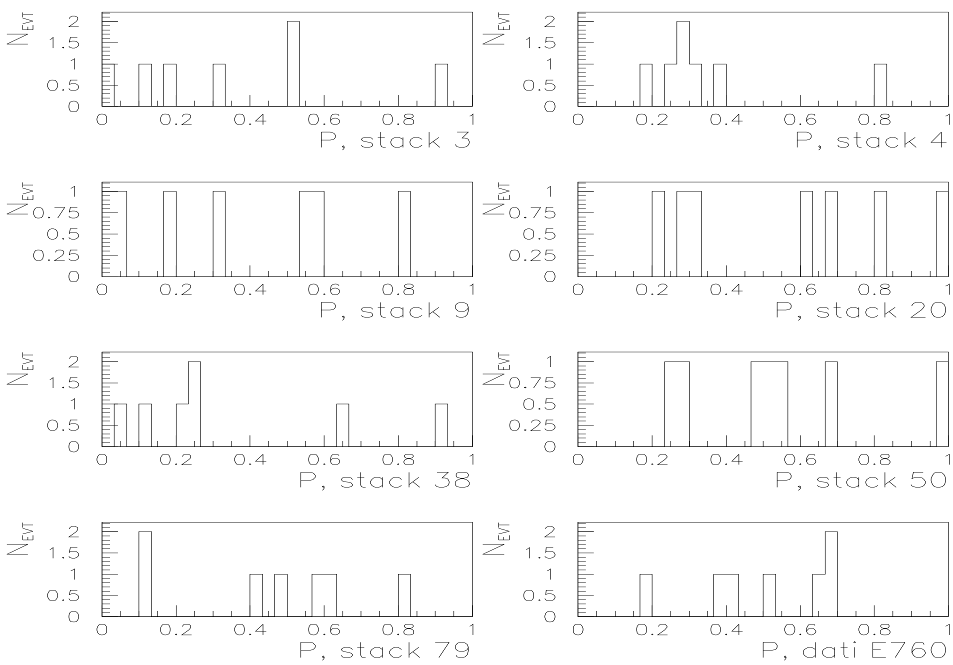

Figura 3.11: Probabilità di compatibilità dal test di Kolmogorov per i vari campioni di dati. Ogni grafico riassume il confronto di un campione con gli altri 7. Il confronto è stato fatto sulle distribuzioni in $cos(\theta')$.

Anche lo stack 20, che è affetto da problemi con il trigger, risulta compatibile con gli altri campioni. La compatibilità dello stack 20 dipende dal fatto che il test è eseguito sulle distribuzioni in $\{\theta, \theta', \phi'\}$: l'inefficienza del trigger per lo stack 20, che è localizzata in una ben determinata zona dello spazio nel sistema di riferimento del laboratorio, risulta distribuita in modo quasi uniforme nello spazio delle variabili $\{\theta, \theta', \phi'\}$, che sono funzioni delle variabili nel laboratorio (vedi appendice 2). Questo si può notare anche dalla fig.3.5.

Se lo stesso test viene eseguito sulla distribuzione degli eventi nello spazio $cos(\theta_{el})$, cioè l'angolo polare degli elettroni nel sistema di riferimento del centro di massa, si ottengono i risultati in fig.3.12. In questo caso il test rivela chiaramente i problemi dello stack 20. I campioni in questo caso sono solo 7, perchè non sono stati utilizzati i dati di E760.

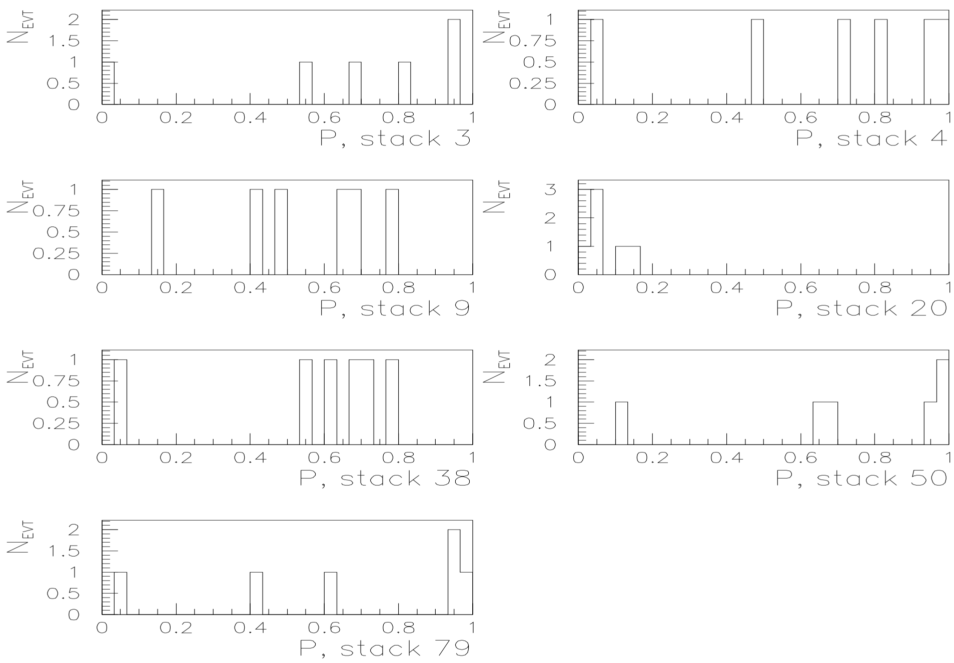

Figura 3.12: Probabilità di compatibilità dal test di Kolmogorov per i vari campioni di dati. Il confronto è stato fatto sulle distribuzioni in $cos(\theta_{el})$.

In conclusione, a parte i problemi riguardanti lo stack 20 e già incontrati studiando l'efficienza del trigger, non sono evidenti altri campioni con distribuzione angolare alterata. Per quanto riguarda lo stack 20, esso ha una distribuzione angolare nelle variabili $\{\theta, \theta', \phi'\}$ alterata in misura minore di quanto il test su queste variabili sia in grado di rivelare. Questo potrebbe autorizzare l'utilizzo dei dati dello stack 20 per il calcolo dei risultati finali, tuttavia il beneficio che si otterrebbe in termini di riduzione dell'errore statistico sarebbe probabilmente bilanciato dall'errore introdotto nei parametri della distribuzione angolare, quindi lo stack 20 non verrà utilizzato.

Test per χ_{c1}

In modo analogo a quanto fatto per la χ_{c2}, i dati di χ_{c1} suddivisi in 7 stack sono stati confrontati col test di Kolmogorov. Riporto in fig.3.13 il risultato del test sulle distribuzioni in $cos(\theta')$, ed in fig.3.14 l'esito sulle distribuzioni in $cos(\theta_{el})$.

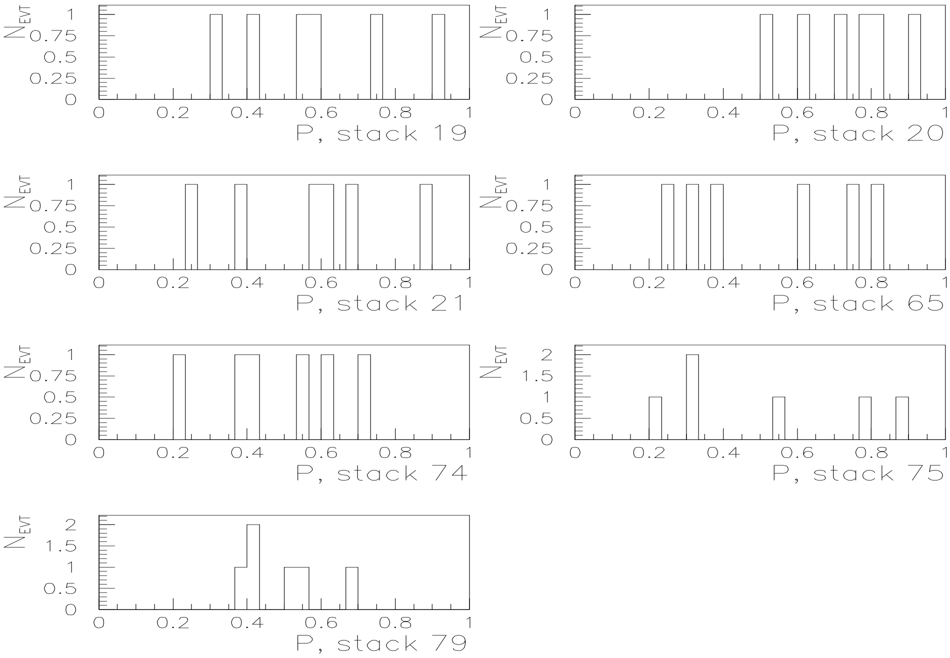

Figura 3.13: Probabilità di compatibilità dal test di Kolmogorov per i campioni di dati alla χ_{c1}, sulle distribuzioni in $cos(\theta')$.

Per gli stack 20 e 21, affetti dal problema al trigger, si nota che l'alterazione della distribuzione in $cos(\theta_{el})$ è minore di quanto non avvenga per i dati di χ_{c2}. Tuttavia, per le considerazioni fatte per gli eventi di χ_{c2} interessati dallo stesso difetto, questi campioni di dati non verranno utilizzati.

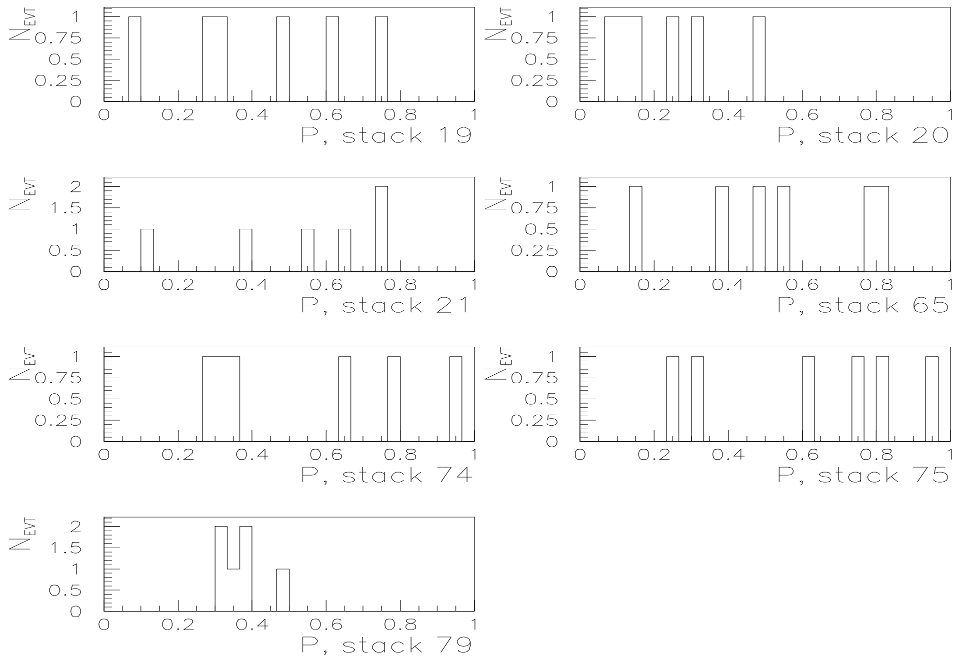

Figura 3.14: Probabilità di compatibilità dal test di Kolmogorov per i campioni di dati alla χ_{c1}, sulle distribuzioni in $cos(\theta_{el})$.

Capitolo 4

Il fit e i risultati

I dati raccolti e selezionati come descritto nel cap.3 sono interpolati con la funzione teorica $W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega)$ data in eq.1.78, per ricavare i parametri incogniti della distribuzione angolare, che sono l'ampiezza di elicità del processo $\overline{p}p \to \chi_{c2}$ e le ampiezze multipolari dei decadimenti radiativi $\chi_{c1,2} \to J/\psi + \gamma$. Ricordo brevemente che i parametri indipendenti sono 3 per lo stato χ_{c2} (B_0^2, a_2, a_3), e 1 per lo stato χ_{c1} (a_2).

I metodi di fit utilizzati sono due: massima verosimiglianza e χ^2[43, 42]. Il primo metodo converge al risultato più rapidamente e può essere eseguito senza raggruppare i dati in istogrammi. Tuttavia non fornisce alcun parametro della bontà del fit, mentre il metodo del χ^2 lo fornisce. Quest'ultimo metodo verrà quindi utilizzato sia come metodo alternativo di fit, sia per valutare la bontà dei risultati ottenuti dal primo. Indicherò con χ^2_{LIK} il valore di χ^2 relativo ai risultati del fit di massima verosimiglianza.

Nel seguito descrivo più in dettaglio i metodi di fit, prima di applicarli ai dati e illustrare i risultati ottenuti.

4.1 I metodi di fit

4.1.1 Massima verosimiglianza

La funzione di massima verosimiglianza di un insieme di dati $\{x_i\}$ che si suppone segua la funzione di distribuzione normalizzata $f(\alpha; x_i)$ è definita da

$$\mathcal{L} = \prod_i f(\alpha; x_i) \tag{4.1}$$

con α che indica l'insieme dei parametri incogniti. $\mathcal{L}$ rappresenta il prodotto delle probabilità di ciascun evento. Le soluzioni del fit, che sono dette *estimatori di massima verosimiglianza* di α, sono i parametri che massimizzano $\mathcal{L}$.

Da $\mathcal{L}$ si passa al suo logaritmo in modo che il prodotto venga sostituito da una sommatoria e la ricerca del massimo di $\mathcal{L}$ diventi la ricerca del minimo di

$$-ln\mathcal{L} = \sum_i -ln(f(\alpha; x_i)). \tag{4.2}$$

Gli estimatori sono le soluzioni delle equazioni

$$\frac{\partial ln\mathcal{L}}{\partial \alpha_k} = 0, \qquad\qquad (k = 1, N_{parametri}). \tag{4.3}$$

Nel caso in esame si ha

$$\begin{aligned} -ln\mathcal{L} &= \sum_{i=1}^{N_{TOT}} -ln\frac{W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega_i)\ \varepsilon_{geom}(\Omega_i)}{\int d\Omega\ W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega_i)\ \varepsilon_{geom}(\Omega_i)} \\ &= \sum_{i=1}^{N_{ACC}} -ln\frac{W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega_i)}{\int d\Omega_{ACC}\ W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega_i)} \end{aligned} \tag{4.4}$$

dove sono state omesse le efficienze non dipendenti da Ω, in quanto si elidono nel rapporto. Grazie al fatto che $\varepsilon_{geom} = 1$ per gli eventi entro accettanza e $\varepsilon_{geom} = 0$ altrimenti, la sommatoria su tutti gli eventi è stata sostituita dalla sommatoria sui soli eventi entro accettanza. Al denominatore vi è il fattore di normalizzazione.

Poichè $W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega)$ è stata parametrizzata nel seguente modo (vedi eq.1.78)

$$\sum_l K_l(\alpha) \cdot T_l(\Omega),$$

il fattore di normalizzazione è definito da

$$\begin{aligned} F_{norm} &= \int d\Omega_{ACC} \sum_l K_l(\alpha) \cdot T_l(\Omega) \\ &= \sum_l K_l(\alpha) \cdot \int d\Omega_{ACC}\ T_l(\Omega) \\ &= \sum_l K_l(\alpha) \cdot A_l \end{aligned} \tag{4.5}$$

La normalizzazione, che è di fondamentale importanza affinchè $\mathcal{L}$ assuma il corretto significato, dipende anch'essa dai parametri incogniti. Tuttavia gli integrali A_l sono indipendenti dai parametri e dipendono solo dalla regione di accettanza definita dalla selezione. È pertanto possibile calcolare gli integrali A_l prima di eseguire il fit.

Calcolo degli integrali A_l

Data la difficoltà nel calcolare analiticamente gli estremi di integrazione, gli integrali A_l sono stati calcolati utilizzando eventi generati con Monte Carlo. Sono stati generati $1.25 \cdot 10^6$ eventi con distribuzione angolare uniforme e sono stati sottoposti alla stessa selezione utilizzata per i dati reali.

Il risultato della simulazione per eventi di χ_{c1} e eventi di χ_{c2} è riassunto in tab.4.1. Le funzioni $T_l(\Omega)$, e quindi anche gli integrali A_l, sono 11 per la χ_{c2} e 5 per la χ_{c1} (vedi appendice 1).

χ_{c2}					
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
9.854704	1.792969	0.588655	3.421495	0.567832	0.178820
A_7	A_8	A_9	A_{10}	A_{11}	
-3.020867	-0.461931	-0.138669	1.553217	0.468344	

χ_{c1}					
A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	
9.896268	1.797529	3.434643	0.565320	1.591220	

Tabella 4.1: Valori degli integrali A_l per χ_{c1} e χ_{c2}.

4.1.2 Test del χ^2

Il test del χ^2 è comunemente noto per osservabili $\{x_i\}$ che hanno distribuzione gaussiana. In questo caso si ha

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(x_i - \mu_i)^2}{\sigma_i^2} \tag{4.6}$$

dove μ_i è il valor medio di ciascuna gaussiana e σ_i la sua deviazione standard. Per eseguire questo test sui dati della distribuzione angolare occorre suddividerli in intervalli. μ_i, cioè il numero di eventi atteso per intervallo, è funzione di $W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega)$. Il numero di eventi per intervallo pero' non segue distribuzione gaussiana, bensì poissoniana e solo nel limite di molti eventi per intervallo la distribuzione poissoniana tende a quella gaussiana. Per tenere conto di questa differenza, è stato utilizzato il

χ^2 adatto a distribuzioni poissoniane[21]:

$$\chi^2 = \sum_i \left[2(\mu_i - x_i) + 2x_i ln(x_i/\mu_i)\right]. \tag{4.7}$$

Per grandi x_i le due definizioni di χ^2 coincidono e la funzione χ^2 ha il suo valore più probabile in N_{dof}, dove

$$N_{dof} = N_{int.} - N_{parametri} - 1. \tag{4.8}$$

L'ultima sottrazione tiene conto del vincolo che la somma degli eventi in ciascun intervallo eguagli il numero totale di eventi.

Il numero di eventi attesi per l'i-esimo intervallo è

$$\begin{aligned} \mu_i &= N_{ACC} \frac{\int_i d\Omega W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega)\varepsilon(\Omega)}{\int d\Omega W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega)\varepsilon(\Omega)} \\ &= N_{ACC} \frac{\int_i d\Omega_{ACC} W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega)}{\int d\Omega_{ACC} W(B_0^2, a_2, a_3; \Omega)} \end{aligned} \tag{4.9}$$

con N_{ACC} numero di eventi che hanno superato la selezione. Di nuovo è necessario calcolare gli integrali delle funzioni $T_l(\Omega)$, ma questa volta su ciascun intervallo:

$$\begin{aligned} \mu_i &= N_{ACC} \frac{\sum_l K_l(\alpha) \int_i d\Omega_{ACC} T_l(\Omega)}{\sum_l K_l(\alpha) \int d\Omega_{ACC} T_l(\Omega)} \\ &= N_{ACC} \frac{\sum_l K_l(\alpha) A_l^i}{\sum_l K_l(\alpha) A_l}. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Lo spazio Ω è definito da

$$cos(\theta) \in [-1, 1]\,, cos(\theta') \in [0, 1]\,, \phi' \in [0, \pi]$$

La definizione di ϕ' comporterebbe in realtà $\phi' \in [0, 2\pi]$, tuttavia la distribuzione angolare è invariante per $\phi' \leftrightarrow \pi - \phi'$ e quindi ϕ' viene calcolato in modo che $\phi' \in [0, \pi]$.

Lo spazio è stato suddiviso in $5 \times 5 \times 5$ intervalli e per ciascuno di essi sono stati calcolati gli integrali A_l^i in modo analogo a quanto detto nel par.4.1.1 per gli integrali A_l. Per ciascun intervallo sono stati generati 10^4 eventi Monte Carlo.

4.2 Stima dell'errore del metodo di fit

Il fit ai dati è stato eseguito con le routine del pacchetto MINUIT[44]. Si tratta di routine in linguaggio FORTRAN a cui l'utilizzatore fornisce i dati, la distribuzione teorica (FCN) e le indicazioni su come eseguire il fit (ad es. numero di parametri (N), eventuali limiti superiori e inferiori dei parametri, valori iniziali, ecc.).

I parametri della distribuzione angolare sono limitati per ragioni fisiche a variare nei seguenti intervalli:

$$\begin{array}{rcl} 0 \leq & B_0^2 & \leq 1 \\ -1 \leq & a_2 & \leq 1 \\ -\sqrt{1-a_2^2} \leq & a_3 & \leq +\sqrt{1-a_2^2}. \end{array}$$

I parametri limitati (P_e) vengono trasformati da MINUIT in parametri interni liberi (P_i) attraverso la relazione

$$P_i = arcsin\left(\frac{2(P_e - a)}{b-a} - 1\right). \tag{4.11}$$

dove a e b indicano rispettivamente il limite inferiore e superiore di P_e. La trasformazione, non lineare, introduce complicazioni nei calcoli e dovrebbe essere evitata se non strettamente necessaria.

La routine scelta per minimizzare le funzioni $-ln\mathcal{L}$ e χ^2 è MIGRAD, il cui algoritmo utilizza le derivate parziali di FCN rispetto ai parametri. MIGRAD può dare risultati inaffidabili quando ci sono difficoltà nel calcolo delle derivate parziali oppure, in presenza di parametri limitati, quando il minimo della funzione si trova in prossimità di un limite. Ma nessuno dei due casi si è verificato nel fit effettuato.

Per quanto riguarda la valutazione degli errori, MIGRAD calcola gli errori invertendo la matrice delle derivate seconde della funzione e quindi tiene conto delle correlazioni tra i parametri. Un metodo più preciso per calcolare gli errori è dato dalla routine MINOS, che calcola numericamente di quanto deve cambiare un parametro affinchè la funzione subisca un dato incremento rispetto al valore minimo, sempre mantenendo la condizione che FCN sia minimizzata rispetto agli altri N-1 parametri. L'incremento di FCN è stato fissato in 1 per χ^2 e 0.5 per $-ln\mathcal{L}$. In entrambi i casi la probabilità che FCN cada entro l'intervallo definito dall'incremento è 68.3% e quindi gli errori che si ottengono sui parametri corrispondono ad una deviazione standard. Gli errori dati da MINOS sono in generale asimmetrici.

Al fine di studiare l'incertezza sui risultati legata al metodo di fit, ho effettuato il fit su eventi simulati all'enegia dello stato χ_{c2}: $1.7 \cdot 10^5$ eventi con parametri ($B_0^2 = 0.14, a_2 = -0.12, a_3 = 0$) sono stati generati e sottoposti a selezione. Gli eventi selezionati (77.000) sono stati suddivisi in 11 campioni di 7000 eventi ciascuno. Ogni campione è stato sottoposto al fit, dando come valori iniziali a B_0^2 e a_2 i valori generati e ponendo $a_3 = cost. = 0$.

In fig.4.1 sono mostrati i valori ottenuti di B_0^2 e a_2 con il metodo di massima verosimiglianza ed il relativo χ^2.

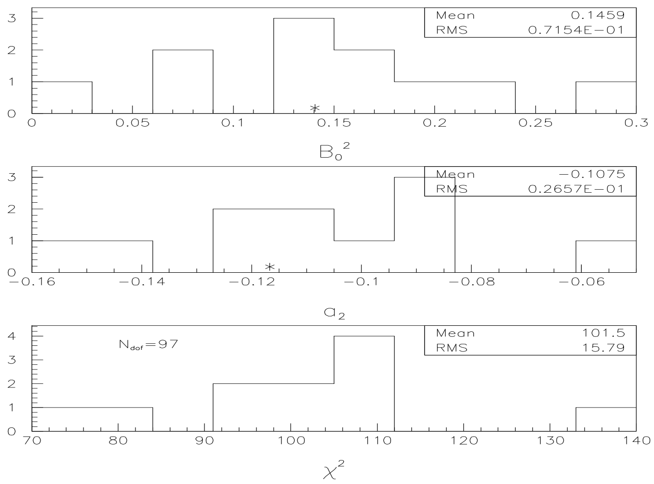

Figura 4.1: Distribuzioni dei parametri B_0^2 e a_2 e del χ^2_{LIK} ottenuti fittando con metodo di massima verosimiglianza 11 campioni di eventi MC, generati con $B_0^2 = 0.14$ e $a_2 = -0.12$ (indicati con un asterisco).

Come si vede, i valori ricostruiti di B_0^2 sono distribuiti con valore medio di 0.146 e una deviazione quadratica media RMS=0.071. Gli errori forniti dalla routine MINOS vanno da 0.075 a 0.087 con un valore medio di 0.078. a_2 ricostruito ha un valore medio di -0.11 con RMS=0.03. MINOS dà errori da 0.034 a 0.040. È possibile quindi affermare che il metodo di fit risulta efficace sugli eventi MC e c'è corrispondenza tra l'errore del metodo di fit e gli errori stimati da MINOS. L'origine degli errori è principalmente statistica.

4.3 Risultati

I risultati dei fit ottenuti con il metodo della massima verosimiglianza e con quello del χ^2, sono riassunti in tab.4.2 e tab.4.3 per i dati relativi alla χ_{c2}, e in tab.4.4 per la χ_{c1}. Per quanto riguarda la χ_{c2}, è stato effettuato dapprima un fit tenendo il parametro a_3 fissato a 0, poi è stato eseguito un secondo fit rilasciando il parametro a_3 ed usando come valori iniziali per a_2 e B_0^2 i risultati del fit precedente.

χ_{c2}			
metodo $-ln\mathcal{L}$			
$B_0^2=$	0.14	+0.07	-0.08
$a_2=$	-0.12	+ 0.04	- 0.04
$a_3=$	0.00	costante	
$\rho(a_2, B_0^2) =$	0.637		
$\chi^2_{LIK}/N_{dof} =$	101.3/97		
metodo χ^2			
$B_0^2=$	0.185	+0.09	-0.09
$a_2=$	-0.12	+ 0.04	- 0.04
$a_3=$	0.00	costante	
$\rho(a_2, B_0^2) =$	0.614		
$\chi^2_/N_{dof} =$	100.8/97		

Tabella 4.2: Risultati per la distribuzione angolare di $\overline{p}p \to \chi_{c2} \to J/\psi + \gamma$, con a_3 fissato a zero.

In fig.4.2 è possibile osservare l'andamento della funzione di massima verosimiglianza in funzione dei parametri B_0^2, a_2 per il fit ai dati di χ_{c2} con $a_3 = cost.$. La parte sottostante della figura mostra le curve di livello corrispondenti a confidenza del 68.3%, 95.5%, ecc. In fig.4.3 si ha la funzione di massima verosimiglianza per gli eventi di χ_{c1}, in funzione dell'unico parametro a_2.

In fig.4.4 e fig.4.5 invece è possibile osservare l'andamento delle funzioni $-ln\mathcal{L}$ e χ^2 in funzione dei parametri, rispettivamente per χ_{c2} e χ_{c1}.

Le proiezioni della distribuzione angolare sulle variabili $\{cos(\theta), cos(\theta'), \phi'\}$ e la distribuzione in $cos(\theta_{elec})$ (ricordo che θ e θ_{elec} sono riferiti al sistema di riferimento del centro di massa) dei dati e di eventi Montecarlo sono mostrate in fig.4.6. I dati Montecarlo sono stati generati con i parametri ricavati dai fit (tab.4.2 e tab.4.4) con metodo di massima verosimiglianza.

χ_{c2}			
metodo $-ln\mathcal{L}$			
B_0^2=	0.16	+0.09	-0.09
a_2=	-0.11	+ 0.05	- 0.05
a_3=	0.02	+ 0.05	-0.045
$\rho(a_2, B_0^2)$ =		0.771	
$\rho(a_2, a_3)$ =		0.593	
$\rho(a_3, B_0^2)$ =		0.585	
χ^2_{LIK}/N_{dof} =		101.2/96	
metodo χ^2			
B_0^2=	0.21	+0.10	-0.11
a_2=	-0.11	+ 0.06	- 0.05
a_3=	0.02	+0.07	-0.06
$\rho(a_2, B_0^2)$ =		0.780	
$\rho(a_2, a_3)$ =		0.707	
$\rho(a_3, B_0^2)$ =		0.600	
$\chi^2_/ N_{dof}$ =		100.7/96	

Tabella 4.3: Risultati per la distribuzione angolare di $\overline{p}p \to \chi_{c2} \to J/\psi + \gamma$, con a_3 variabile.

Le misure effettuate in questa tesi insieme alle precedenti misure[45, 46, 18] per B_0^2, $a_2(\chi_{c1})$ e $a_2(\chi_{c2})$ sono osservabili rispettivamente in fig.4.7, e fig.4.8. La sigla Cr.B. si riferisce all'esperimento Crystal Ball.

4.4 Conclusioni

Il valore di B_0^2 sembra favorire il modello quark-diquark scalare del protone, anche se l'incertezza sul risultato non consente di escludere l'ipotesi del diquark vettoriale, che si trova entro 1 σ dal risultato.

La misura di $a_2(\chi_{c2})$ è una conferma della misura di E760, ed è in accordo con Crystal Ball. L'ipotesi di transizione radiativa di puro dipolo per $\chi_{c2} \to J/\psi + \gamma$ è a 3 σ dal risultato. Se si assume valida la relazione tra $a_2(\chi_{c2})$ e momento magnetico anomalo del quark c illustrata nel par.1.3 (e anche in fig.4.9) si ottiene

$$\kappa_c = 0.25 \pm 0.42 \pm 0.30$$

dove il primo errore è statistico e la seconda incertezza deriva dall'errore su m_c e

χ_{c1}			
metodo $-ln\mathcal{L}$			
a_2=	0.00	+ 0.03	- 0.03
χ^2_{LIK}/N_{dof} =	101.6/96		
metodo χ^2			
a_2=	0.01	+ 0.03	- 0.03
$\chi^2_/N_{dof}$ =	101.5/96		

Tabella 4.4: Risultati per la distribuzione angolare di $\overline{p}p \to \chi_{c1} \to J/\psi + \gamma$.

dalle correzioni di ordine superiore nei calcoli teorici. Pur indicando un contributo anomalo diverso da zero, la misura non è sufficientemente precisa per confermare tale contributo.

Per quanto riguarda la misura di $a_2(\chi_{c1})$, essa è in disaccordo con le previsioni teoriche descritte nel par.1.3 che stimano

$$\frac{a_2(\chi_{c2})}{a_2(\chi_{c1})} \simeq \frac{3}{\sqrt{5}}\frac{E_\gamma(\chi_{c2})}{E_\gamma(\chi_{c1})} \simeq 1.48$$

ed è invece in accordo con la misura di Crystal Ball. Entrambe le misure puntano verso l'assenza di transizione di quadrupolo in $\chi_{c1} \to J/\psi + \gamma$.

La misura della ampiezza di ottupolo a_3, infine, è affetta da incertezza troppo grande per poter trarre conclusioni.

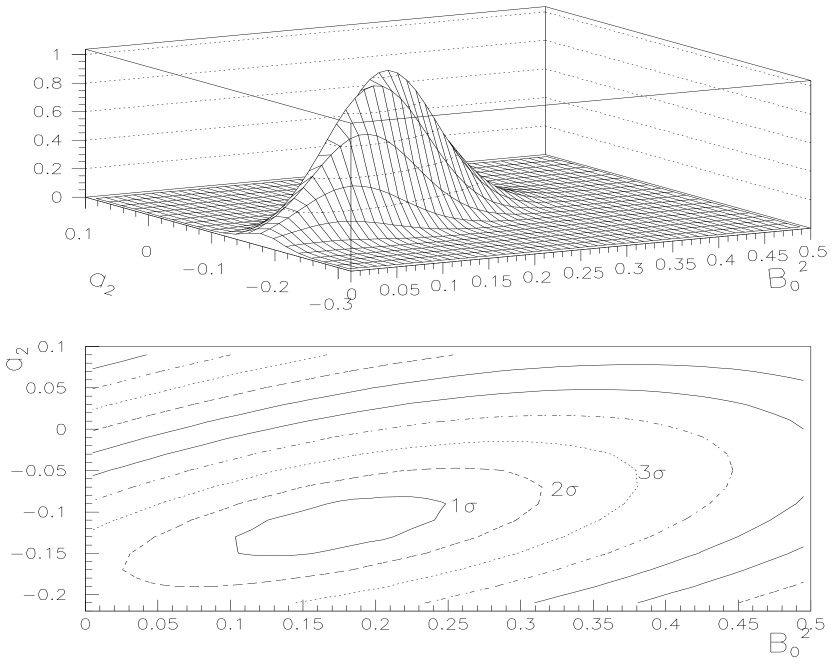

Figura 4.2: Funzione di massima verosimiglianza $\mathcal{L}$ per il fit alla χ_{c2}, e curve di livello per la funzione $-ln\mathcal{L}$ nel piano (B_0^2, a_2) con a_3 fissato a zero.

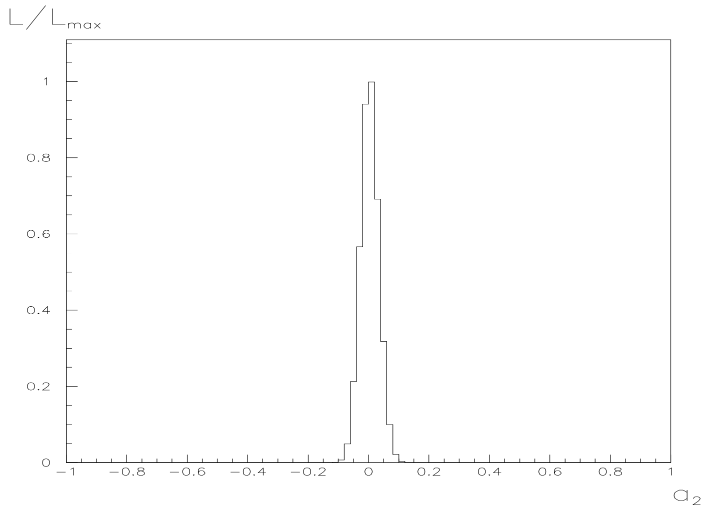

Figura 4.3: Funzione di massima verosimiglianza $\mathcal{L}/\mathcal{L}_{max}$ per il fit alla χ_{c1}.

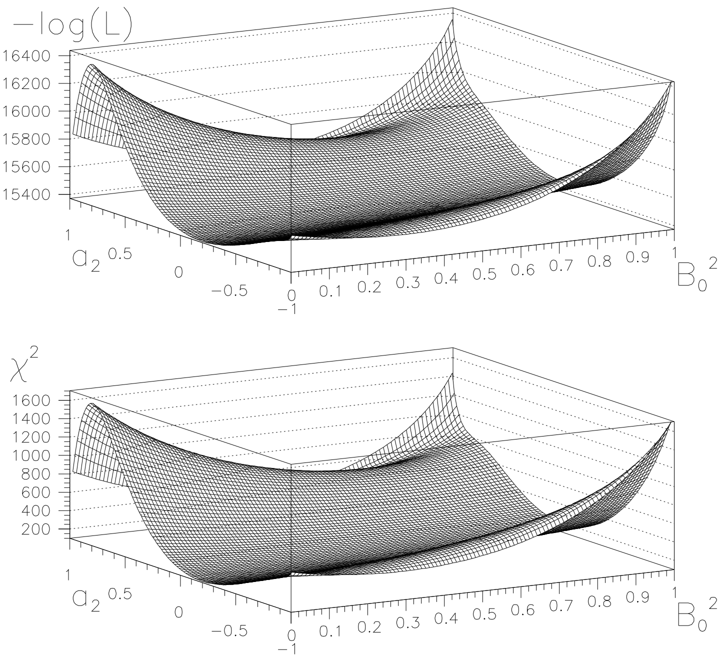

Figura 4.4: Andamento delle funzioni $-ln\mathcal{L}$ e χ^2 in funzione dei parametri B_0^2, a_2, per χ_{c2}, con a_3 fissato a zero.

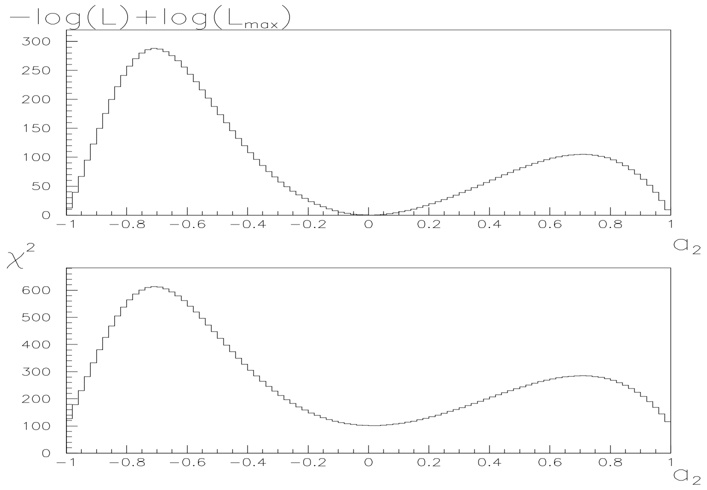

Figura 4.5: Andamento delle funzioni $-ln\mathcal{L}+ln\mathcal{L}_{max}$ e χ^2 in funzione del parametro a_2, per χ_{c1}.

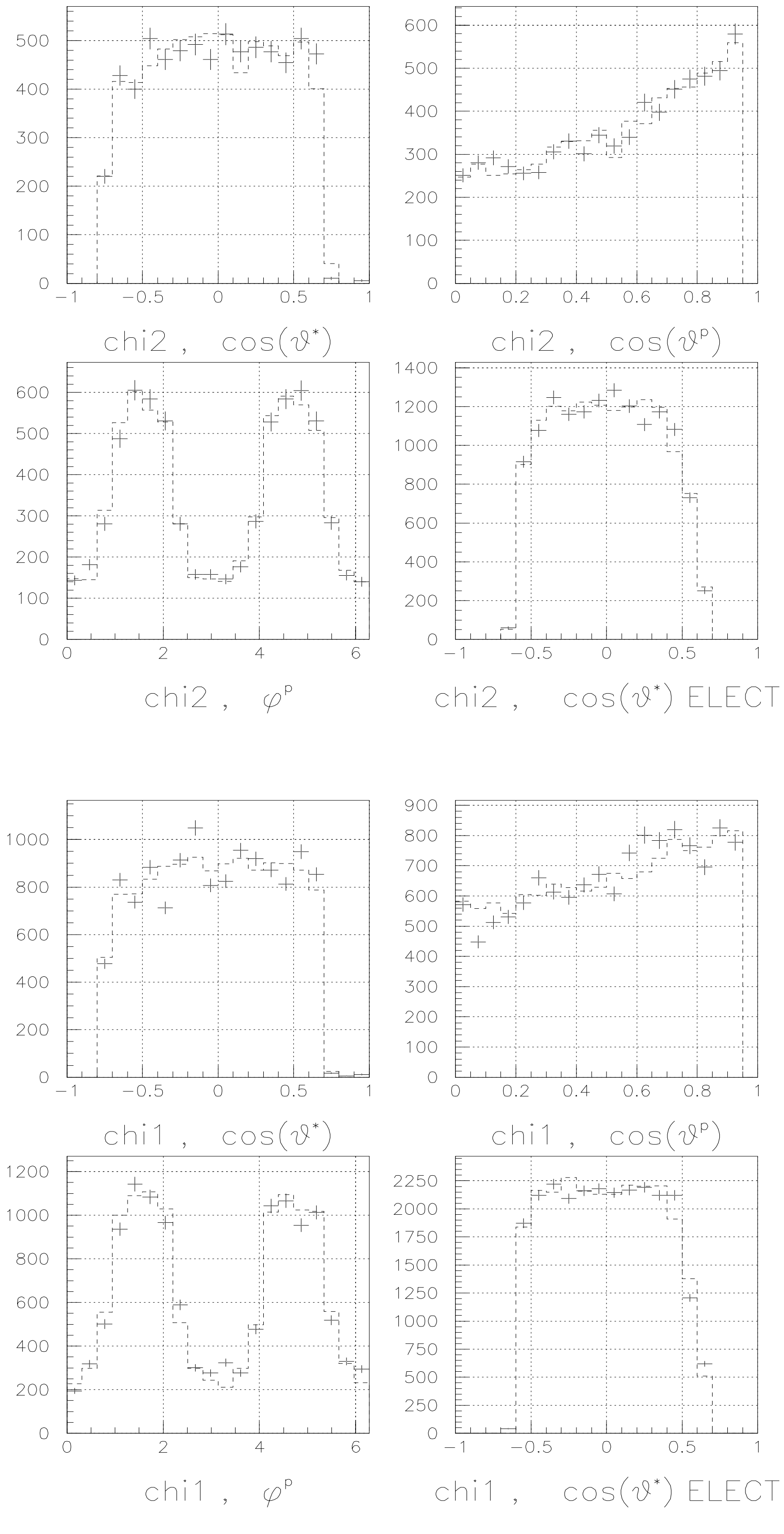

Figura 4.6: Distribuzioni angolari dei dati e di eventi Montecarlo (linea tratteggiata) nelle variabili $\{cos(\theta), cos(\theta'), \phi', cos(\theta_{elec})\}$. Gli eventi Montecarlo sono generati con i parametri forniti dai fit. Il numero di eventi negli istogrammi dipende dal numero di eventi generati.

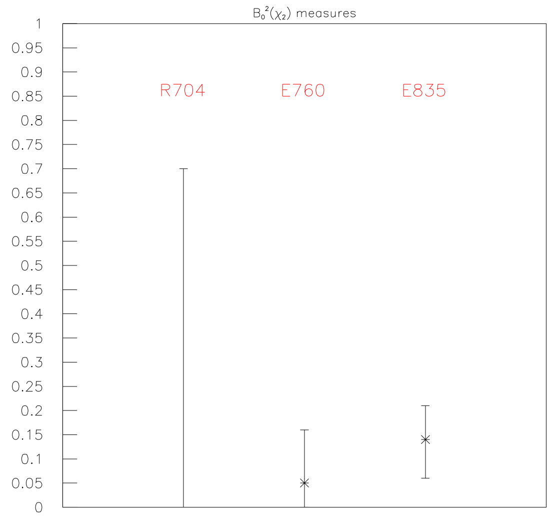

Figura 4.7: Misure per l'ampiezza di elicità B_0^2 dagli esperimenti R704, E760 e E835. R704 pone solo un limite superiore di 0.7 .

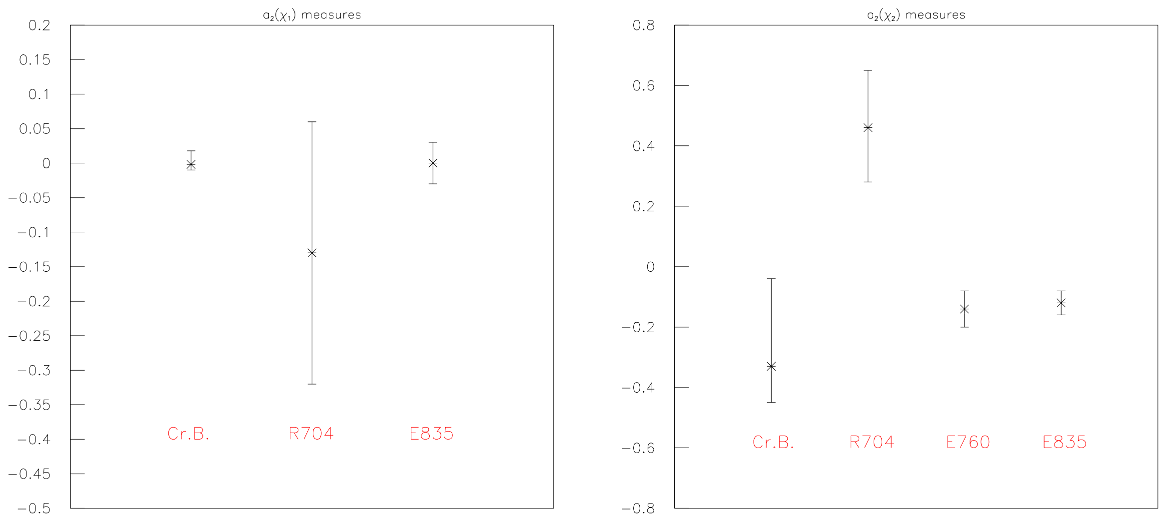

Figura 4.8: Misure delle ampiezze quadrupolari a_2 per $\chi_{c1,2}$ dagli esperimenti Crystal Ball, R704, E760 e E835.

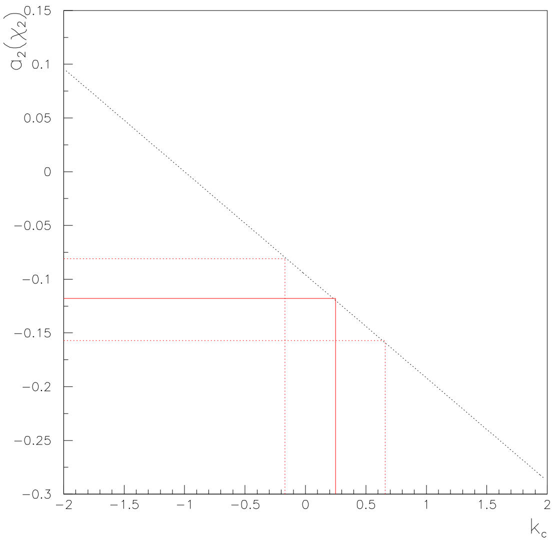

Figura 4.9: Relazione tra $a_2(\chi_{c2})$ e κ_c. L'intervallo evidenziato dalle linee tratteggiate corrisponde alla misura di $a_2(\chi_{c2})$ e al corrispondente valore di κ_c.

Appendice n.1: le funzioni $K(\alpha)$ e $T(\Omega)$

Per la χ_{c2}:

$$
\begin{aligned}
K_1 &= (1/8)(2A_0^2 + 3A_2^2 - R(2A_0^2 - 4A_1^2 + A_2^2)) \\
K_2 &= (3/4)(-2A_0^2 + 4A_1^2 - A_2^2 + R(4A_0^2 - 6A_1^2 + A_2^2)) \\
K_3 &= (1/8)(6A_0^2 - 8A_1^2 + A_2^2)(3 - 5R) \\
K_4 &= (1/8)(2A_0^2 + 3A_2^2 - R(2A_0^2 + 4A_1^2 + A_2^2)) \\
K_5 &= (3/4)(-2A_0^2 - 4A_1^2 - A_2^2 + R(4A_0^2 + 6A_1^2 + A_2^2)) \\
K_6 &= (1/8)(6A_0^2 + 8A_1^2 + A_2^2)(3 - 5R) \\
K_7 &= (\sqrt{6}/4)(R - 1)A_0A_2 \\
K_8 &= (\sqrt{6}/4)(4 - 6R)A_0A_2 \\
K_9 &= (\sqrt{6}/4)(5R - 3)A_0A_2 \\
K_{10} &= (\sqrt{3}/4)(A_0A_1 + \sqrt{3/2}A_1A_2 - R(2A_0A_1 + \sqrt{3/2}A_1A_2)) \\
K_{11} &= (1/(4\sqrt{3}))(5R - 3)(3A_0A_1 + \sqrt{3/2}A_1A_2)
\end{aligned}
$$

dove

$$R \doteq \frac{2B_1^2}{2B_1^2 + B_0^2}.$$

$$
\begin{aligned}
T_1 &= 1 \\
T_2 &= cos^2(\theta) \\
T_3 &= cos^4(\theta) \\
T_4 &= cos^2(\theta') \\
T_5 &= cos^2(\theta)cos^2(\theta') \\
T_6 &= cos^4(\theta)cos^2(\theta') \\
T_7 &= (1 - cos^2(\theta'))cos(2\phi') \\
T_8 &= cos^2(\theta)(1 - cos^2(\theta'))cos(2\phi') \\
T_9 &= cos^4(\theta)(1 - cos^2(\theta'))cos(2\phi')
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{10} &= 2cos(\theta)sin(\theta)2cos(\theta')sin(\theta')cos\phi' \\
T_{11} &= 2cos(\theta)^3 sin(\theta)2cos(\theta')sin(\theta')cos\phi'
\end{aligned}
$$

Per la χ_{c1}:

$$
\begin{aligned}
K_1 &= (1/2)(A_0^2 + A_1^2) \\
K_2 &= -(1/2)(A_0^2 - A_1^2) \\
K_3 &= -A_1^2 + (1/2) \\
K_4 &= -1/2 \\
K_5 &= (1/4)A_1 A_0
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
T_1 &= 1 \\
T_2 &= cos^2(\theta) \\
T_3 &= cos^2(\theta') \\
T_4 &= cos^2(\theta)cos^2(\theta') \\
T_5 &= 2cos(\theta)sin(\theta)2cos(\theta')sin(\theta')cos(\phi')
\end{aligned}
$$

Appendice n.2: Dalle osservabili misurate agli angoli (θ, θ', ϕ').

Le osservabili misurate nell'esperimento sono $\{E, \theta, \phi\}_{e,\gamma}$ degli elettroni e del fotone nel sistema del laboratorio. La distribuzione angolare invece è scritta in funzione degli angoli $\{\theta, \theta', \phi'\}$ definiti nel cap.1. In questa appendice sono riportate le relazioni che permettono di ricavare $\{\theta, \theta', \phi'\}$ dalle osservabili misurate relative agli elettroni.

Siano $\{E_1, \theta_1, \phi_1\}$ e $\{E_2, \theta_2, \phi_2\}$ le misure relative agli elettroni nel sistema del laboratorio. Non è possibile distinguere l'elettrone dal positrone, ma questa ambiguità non crea problemi. Passiamo al sistema del centro di massa, cioè il sistema di riposo della $\chi_{c1,2}$. Questo sistema coincide col sistema S definito nel cap.1 a meno di una rotazione attorno all'asse z che porti $\phi_{J/\psi} = 0$. Ciò non è importante per il calcolo di θ, ma lo è per i calcoli successivi. Per gli elettroni nel centro di massa si ha:

$$
\begin{aligned}
E_i^\star &= \gamma_{lab} E_i (1 - \beta_{lab} cos(\theta_i)) \\
cos(\theta_i^\star) &= \gamma_{lab} E_i (cos(\theta_i) - \beta_{lab}) / E_i^\star \\
\phi_i^\star &= \phi \qquad\qquad i = 1, 2
\end{aligned}
$$

dove si è assunto $m_e \simeq 0$. γ_{lab} e β_{lab} sono definiti da

$$
\begin{aligned}
\gamma_{lab} &= \frac{E_{CM}}{2m_p} \\
\beta_{lab} &= \sqrt{1 - 1/\gamma_{lab}^2}
\end{aligned}
$$

con m_p massa del protone.

$$
cos(\theta) = \frac{E_1^\star cos(\theta_1^\star) + E_2^\star cos(\theta_2^\star)}{\sqrt{E_1^{\star 2} + E_2^{\star 2} + 2 E_1^\star E_2^\star cos(\theta_{12}^\star)}}. \qquad (.12)
$$

Passiamo ora al sistema S operando una rotazione attorno a z di un angolo $-\phi$, dove ϕ è definito da

$$
tg(\phi) = \frac{E_1^\star sin(\theta_1^\star) sin(\phi_1^\star) + E_2^\star sin(\theta_2^\star) sin(\phi_2^\star)}{E_1^\star sin(\theta_1^\star) cos(\phi_1^\star) + E_2^\star sin(\theta_2^\star) cos(\phi_2^\star)}
$$

Gli elettroni, nel sistema di riferimento S, hanno:

$$\begin{aligned} p_x^{\star,rot} &= p_x^\star cos(\theta)cos(\phi) + p_y^\star cos(\theta)sin(\phi) - p_z^\star sin(\theta) \\ p_y^{\star,rot} &= -p_x^\star sin(\phi) + p_y^\star cos(\phi) \\ p_z^{\star,rot} &= p_x^\star sin(\theta)cos(\phi) + p_y^\star sin(\theta)sin(\phi) + p_z^\star cos(\theta) \end{aligned}$$

Per ricavare (θ', ϕ'), riferiti al sistema di riferimento di riposo della J/ψ (S' nel cap.1), occorre eliminare l'ambiguità nella scelta di (θ', ϕ') e riferirli ad uno dei due elettroni. Il criterio qui adottato è di riferirli all'elettrone più energetico in S, che indico con i, mentre j sarà quello meno energetico. Quindi

$$\phi' = arctg\left(\frac{p_i^{\star,rot}y}{p_i^{\star,rot}x}\right) \tag{.13}$$

$$cos(\theta') = \frac{E_i^\star - E_j^\star}{\sqrt{E_i^{\star 2} + E_j^{\star 2} + 2E_i^\star E_j^\star cos(\theta_{ij}^\star)}}. \tag{.14}$$

Per $E_1^\star \sim E_2^\star$ c'è il rischio di scambiare gli elettroni. Questo tuttavia non crea problemi, avendo i 2 elettroni la stessa distribuzione in θ' e ϕ'. È importante invece che θ' e ϕ' siano riferiti alla stessa traccia, poichè la distribuzione angolare è invariante per scambio $(\theta'_1 \leftrightarrow \theta'_2) + (\phi'_1 \leftrightarrow \phi'_2)$ ma non per scambio di uno solo degli angoli.

Appendice n.3: Il fit cinematico

Il fit cinematico[43] è una procedura di interpolazione di N osservabili con K vincoli basata sul metodo dei moltiplicatori di Lagrange. Si utilizza per ottimizzare la misura di osservabili legate da vincoli cinematici, o anche per trovare il valore di osservabili non misurate.

Sia $\vec{y} = (y_1, \ldots, y_N)$ il vettore con le misure di N osservabili $e_1, \ldots, e_N$ e sia $V(\vec{y})$ la matrice covariante. Siano $\vec{c} = (c_1, \ldots, c_J)$ le variabili incognite e $f_k(\vec{e}, \vec{c}) = 0$ le K equazioni di vincolo.

Si vogliono trovare i valori di $\vec{e}$ che minimizzano la funzione χ^2 e soddisfano i vincoli:

$$\begin{aligned} \chi^2(\vec{e}) &= (\vec{y} - \vec{e})^T \cdot V^{-1} \cdot (\vec{y} - \vec{e}) \\ f_k(\vec{e}, \vec{c}) &= 0 \end{aligned}$$

Introduciamo K parametri addizionali $\lambda_1, \ldots, \lambda_K$ e minimizziamo la funzione

$$\chi^2(\vec{e}, \vec{c}, \vec{\lambda}) = (\vec{y} - \vec{e})^T \cdot V^{-1} \cdot (\vec{y} - \vec{e}) + 2\vec{\lambda} \cdot \vec{f}.$$

Dobbiamo risolvere il sistema di N+J+K equazioni:

$$\begin{aligned} \vec{\Delta}_e \chi^2 &= \vec{0} \\ \vec{\Delta}_c \chi^2 &= \vec{0} \\ \vec{\Delta}_\lambda \chi^2 &= \vec{0} \end{aligned}$$

che si traduce nel sistema

$$\begin{aligned} V^{-1} \cdot (\vec{y} - \vec{e}) + F_e^T \cdot \vec{\lambda} &= \vec{0} \\ F_c^T \cdot \vec{\lambda} &= \vec{0} \\ \vec{f}(\vec{e}, \vec{c}) &= \vec{0} \end{aligned}$$

dove $(F_e)_{ij} = (\frac{\delta f_i}{\delta e_j})$.

Le equazioni si sviluppano in serie di Taylor attorno ad un punto e il sistema si risolve iterativamente. Se la soluzione alla i-esima iterazione è dato da $(\vec{e}_{(i)}, \vec{c}_{(i)}, \vec{\lambda}_{(i)})$, la soluzione all'ordine successivo è

$$\begin{aligned}
\vec{c}_{(i+1)} &= \vec{c}_{(i)} - (F_c^T S^{-1} F_c)^{-1} F_c^T S^{-1} \vec{r} \\
\vec{\lambda}_{(i+1)} &= S^{-1}\vec{r} + S^{-1} F_c(\vec{c}_{(i+1)} - \vec{c}_{(i)}) \\
\vec{e}_{(i+1)} &= \vec{y} - V F_e^T \vec{\lambda}_{(i+1)}
\end{aligned}$$

con $S = F_{e(i)} V F_{e(i)}^T$ e $\vec{r} = \vec{f}_{(i)} + F_{e(i)}(\vec{y} - \vec{e}_{(i)})$.

Per un fit con K vincoli e J variabili non misurate i gradi di libertà sono

$$N_{dof} = K - J = K - (N_{var} - N_{mis}) \tag{.15}$$

e viene definito un fit "$N_{dof}C$". Come esempio vediamo il fit a $J/\psi + \gamma \to e^+e^- + \gamma$ in due casi:

- Siano $\vec{y} = (E_{e1}, \theta_{e1}, \phi_{e1}, E_{e2}, \theta_{e2}, \phi_{e2}, E_\gamma, \theta_\gamma, \phi_\gamma)$ le variabili misurate. I vincoli sono 5 : conservazione del 4-impulso e massa invarianti di e^+e^-. In questo caso non ci sono variabili non misurate e si parla di fit 5C.

- Siano $\vec{y} = (E_{e1}, \theta_{e1}, \phi_{e1}, E_{e2}, \theta_{e2}, \phi_{e2})$ le variabili misurate e $\vec{c} = (E_\gamma, \theta_\gamma, \phi_\gamma)$ quelle incognite. I vincoli sono sempre i 5 dell'esempio sopra e si ha un fit 2C.

Bibliografia

[1] J.Collins, D.Soper: Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **37**, 383 (1987).

[2] A.Duncan, A.H.Müller: Phys. Rev. **D21**, 1636 (1980); S.J.Brodsky,G.P.Lepage: Phys. Rev. **D22**, 2157 (1980).

[3] S.J.Brodsky,G.P.Lepage: Phys. Rev. **D24**, 2848 (1981).

[4] A.Andrikopoulou: Z. Phys. **C22**, 63 (1984).

[5] D.Pallin *et al.*: Nucl. Phys. **B292**, 653 (1987).

[6] P.Damgaad, K.Tsokos and E.L.Berger: Nucl. Phys. **B259**, 285 (1985).

[7] M.Anselmino, F.Caruso, S.Forte, B.Pire: Phys. Rev. **D38**, 3516 (1988).

[8] *Diquarks*, Proc. Workshop, Torino, Italia, 1988, edito da M.Anselmino e E.Predazzi (World Scientific, Singapore, 1989).

[9] M.Anselmino, F.Caruso, S.Forte: Phys. Rev. **D44**, 1438 (1991).

[10] M.Anselmino, F.Caruso, R.Mussa: Phys. Rev. **D45**, 4340 (1992)

[11] R.Mussa, Tesi di Dottorato di Ricerca, Univ. di Torino (1992)

[12] G.Karl, S.Meshkov, J.L.Rosner: Phys. Rev. Lett. **45**, 215 (1980).

[13] K.J.Sebastian, H.Grotch, F.L.Ridener,Jr.: Phys. Rev. **D45**,3163 (1992).

[14] S.N.Gupta, S.F.Radford, W.W.Repko: Phys. Rev. **D26**, 3305 (1982); **D31**, 160 (1985).

[15] W.Buchmüller, S.H.Tye: Phys. Rev. **D24**, 132 (1981).

[16] L.D.Landau, E.M.Lifšits: Teoria quantistica relativistica, Ed.Riuniti, 147 (1978).

[17] J.J.Sakurai, Meccanica quantistica moderna, Zanichelli Editore (1990).

[18] T.A.Armstrong *et al.*: Phys. Rev. **D48**, 3037 (1993).

[19] J.D.Richman, "An Experimenter's Guide to Helicity Formalism", CalTech Internal Note CALT-68-1148 (1984).

[20] M.Jacob, G.Wick: Ann. Phys. (N.Y.) 7, 404 (1959).

[21] Particle Data Group: Review of Particle Physics, Phys. Rev. **D54**, (1996).

[22] A.D.Martin *et al.*: Phys. Lett. **147B**, 203 (1984).

[23] V.Bharadwaj *et al.*: Fermilab Proposal P760, non pubblicato (1985).

[24] T.A.Armstrong *et al.*: Fermilab Proposal P835, non pubblicato (1992).

[25] M.Macrì, M.Marinelli,G.Garzoglio, Fermilab Internal Note, PUB-97/274-I.

[26] S.Bagnasco *et al.*: "A Straw Chambers' Tracker for the High Rate Experiment 835 at the Fermilab Accumulator", Proc. 7th Pisa Meeting on Advanced Detector, La Biondola, Isola d'Elba, Italia (1997).

[27] C.Biino *et al.*: Nucl. Instr. & Meth. **A317**, 135 (1992).

[28] L.Bartoszek *et al.*: Nucl. Instr. & Meth. **A301**, 47 (1991).

[29] J.E.Fast, Ph.D. Thesis, U. of California at Irvine (1992).

[30] M.Ambrogiani *et al.*: Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **61B**, 384 (1998).

[31] M.Ambrogiani *et al.*: "Performance Measurements of HISTE-V VLPC Photon Detector for E835 at FNAL", Proc. Workshop SCIFI97, Notre Dame U., Indiana, USA (1997).

[32] M.Ambrogiani *et al.*: "Results from the E835 Cylindrical Scintillating-Fiber Detector", Proc. Workshop SCIFI97, Notre Dame U., Indiana, USA (1997).

[33] M.Ambrogiani *et al.*: IEEE Trans. Nucl. Sci. **44**, 460 (1997).

[34] M.Atac *et al.*: Nucl. Instr. and Meth. **A314**, 56 (1992); Nucl. Instr. and Meth. **A320**, 155 (1992).

[35] T.H.Gasteyer *et al.*: Advances in Cryogenic Engineering **39**, 619 (1994).

[36] T.Zimmerman *et al.*: IEEE Trans. Nucl. Sci. **37**, 339 (1990).

[37] Kuraray USA, 200 Park Ave., New York NY, 10166 USA.

[38] W.Baldini, Tesi di Laurea, Università di Ferrara (1995).

[39] C.Patrignani, "J/ψ inclusive selection using the Electron Weight", E835 Internal Note (1997).

[40] W.Baldini e F.Marchetto: "Charged trigger efficiency for inclusive J/ψ", E835 Internal Note (1997).

[41] K.Gollwitzer, "The CCAL Monte Carlo.", E835 Internal Note (1994).

[42] W.T.Eadie, D.Drijard, F.E. ames, M.Roos, B.Sadoulet: "Statistical Methods in Experimental Physics", North-Holland, Amsterdam, 269-271 (1971).

[43] A.G.Frodesen, O.Skjeggestad, H.Tøfte: "Probability and Statistics in Particle Physics", Universitetsforlaget, Oslo (1979).

[44] F.James, M.Roos: MINUIT Package V96.03, D-506, CERN Computer Program Library.

[45] M.Oreglia *et al.*: Phys. Rev. **D25**, 2259 (1982).

[46] C.Baglin *et al.*: CERN Proposal CERN/ISR/80-14, non pubblicato (1980).

Ringraziamenti

Un grazie sentito va a Roberto “Bombo” Mussa, che è stato una fonte preziosa di aiuto nel lavoro, grazie alla sua competenza. Desidero ringraziarlo anche per la disponibilità che ha sempre mostrato.